COMPTES RENDUS

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 24 JUILLET 1893,

PRÉSIDENCE DE M. DE LACAZE-DUTHIERS.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

OPTIQUE PHYSIQUE. — *Considérations diverses sur la théorie des ondes lumineuses;* par M. J. Boussinesq.

« I. Aux équations indéfinies précédentes du mouvement de l'éther, qui sont du second ordre (¹), il faut, comme l'on sait, pour déterminer les déplacements ξ, η, ζ consécutifs à un état initial donné, joindre six relations spéciales à chaque surface-limite, ou surface de séparation de deux milieux. Cauchy a reconnu que la réflexion et la réfraction s'expliquent, avec les lois expérimentales constatées d'intensités des rayons correspondants, en admettant pour ces relations des conditions dites *de continuité*, qui consistent à égaler les déplacements respectifs ξ, η, ζ de l'éther, de

(¹) Voir le précédent *Compte rendu*, p. 138.

chaque côté de la surface de séparation, ainsi que leurs dérivées premières suivant le sens normal. En d'autres termes, les trois fonctions ξ, η, ζ de x, y, z présentent un contact du premier ordre à la jonction de deux milieux. Il faut, toutefois, ajouter l'hypothèse, moins invraisemblable pour l'éther que pour les corps limités ([1]), d'une valeur nulle, ou

---

([1]) Comme on a vu plus haut, en note, au n° III. La circonstance qui *limite* chaque molécule pondérable, c'est-à-dire qui l'empêche de s'étendre jusqu'à ses voisines ou de se réunir à celles-ci, est probablement la forte répulsion *physique* s'exerçant aux plus petites distances intermoléculaires et qui, lorsqu'elle vient, dans un agrégat d'atomes doué d'une densité sensible, se joindre aux répulsions *chimiques* (exercées de beaucoup plus près), par suite d'une extension suffisante de l'agrégat, y rend sans doute la somme des répulsions *excessive*, ou trop forte pour être neutralisée par les attractions *chimiques* exercées aux distances intermédiaires. De ce défaut d'équilibre doit résulter la destruction de l'agrégat soit par contraction ou *retrait*, soit par *détente* avec dissémination uniforme. Dans le premier cas, les répulsions physiques laisseraient subsister uniquement, à l'intérieur de l'agrégat, de petites molécules éparses çà et là un peu partout, centres de condensation dont chacun aurait bientôt repoussé jusque dans la sphère chimique d'attraction de ses voisins la partie de l'agrégat d'abord interposée aux distances critiques signalées ici; et l'on obtiendrait ainsi un *corps à molécules,* un corps palpable. Dans le second cas, la dissémination presque infinie ou, pour ainsi dire, la volatilisation de l'agrégat, en un *éther* impalpable ou comme sans masse, ne s'arrêterait qu'après la disparition de quelques fortes répulsions chimiques exercées aux moindres distances, disparition exigeant un écartement suffisant des atomes les plus proches.

Il suit de là que, dans l'éther, un certain *appoint de forces élastiques* doit être fourni par ces *répulsions physiques,* très considérables (ou de l'ordre des *attractions chimiques* exercées d'un peu plus près), *qui font défaut dans les corps pondérables* à cause des vides intermoléculaires. Or de pareilles répulsions, exercées à des distances *plus grandes* que les attractions chimiques *leurs antagonistes* dans l'état naturel, nuisent à la stabilité du milieu, du moins pour certaines déformations élastiques ou imperceptibles. Quand, par exemple, les déplacements ξ, η, ζ ont la forme simple $\xi = ax$, $\eta = 0$, $\zeta = 0$, ou correspondent à une simple *dilatation* linéaire uniforme a suivant les x, tous les couples d'atomes dont la distance r est plus ou moins voisine de celle à laquelle cessent les attractions chimiques et commencent les répulsions physiques éprouvent une diminution d'attraction ou un accroissement de répulsion *qui favorise la dilatation a au lieu d'y résister;* et, si les actions de cette sorte, évidemment nombreuses à travers un élément plan normal aux x, y sont en tout assez influentes, l'action totale N_x produite sur l'élément par la dilatation de même sens a ne sera pas une traction, mais s'annulera, ou constituera même une *pression* proprement dite, au point d'avoir son rapport à a négatif. Or ce rapport est justement $\lambda + 2\mu$.

Mais la simple proportionnalité des actions interatomiques survenues ainsi suivant

plutôt légèrement négative, du rapport $\frac{\lambda + 2\mu}{\mu}$, et aussi, quand il s'agit de la réflexion à la surface d'un corps opaque, compléter dans celui-ci l'expression (9) des résistances R_x, R_y, R_z par des termes respectivement proportionnels aux composantes $\frac{d(\xi, \eta, \zeta)}{dt}$ de la vitesse, ainsi que nous l'avons indiqué vers le commencement du précédent numéro.

» Or, il se trouve que les conditions *de continuité* s'offrent d'elles-mêmes dans la manière exposée ici de concevoir les ondes lumineuses. Car, d'abord, l'éther formant un milieu continu, dont les corps ne changent sensiblement ni l'élasticité, ni la densité, les déplacements ξ, η, ζ y varient graduellement partout. En outre, si l'on considère un mince feuillet matériel, pris à la surface de séparation avec ses deux faces respectivement dans l'un et l'autre milieu, et d'une épaisseur très inférieure à une longueur d'onde (quoique comprenant toutes les *couches de transition*), l'équilibre dynamique de ce feuillet exige que les pressions élastiques sur ses deux faces soient égales, comme il arrive, du reste (à moins qu'il ne s'agisse d'une pellicule liquide fortement courbe, mettant en jeu la *tension superficielle*), dans toutes les questions analogues où il y a des pressions à considérer.

» Mais, vu la constance de l'élasticité de l'éther, c'est-à-dire de λ, μ, et

---

chaque axe coordonné, à la dilatation *a* qui les fait naître, cessera d'être admissible et, par suite, le même raisonnement ne s'appliquera plus (du moins complètement), dès qu'il s'agira de dilatations ou contractions *perceptibles,* c'est-à-dire sortant des limites d'élasticité que resserre presque jusqu'à zéro la grande fluidité du milieu. Rien surtout n'empêche que l'éther, tout en étant de constitution instable à l'égard des changements de volume, pour ainsi dire infiniment petits, dans les circonstances délicates où y apparaissent des traces de rigidité, résiste cependant, comme les fluides qui nous sont familiers, aux contractions *cubiques sensibles;* car, plus encore que dans les autres fluides, il s'y produit comme l'on vient de voir, aux plus petites distances existant entre ses éléments, d'énormes accroissements des répulsions, dès que ces distances diminuent dans un rapport appréciable, ou, du moins, dès que l'éther tend à former un agrégat atomique uniforme d'une *certaine* densité.

Ainsi, les *deux* élasticités *de forme* et *de volume,* réunies dans tous nos solides, semblent *réciproquement* s'exclure chez lui, la seconde y disparaissant dans les étroites limites où s'y révèle la première. Il serait sans doute assez difficile de reconnaître expérimentalement si certains de nos fluides se comportent de même; car nous n'y connaissons pas de phénomène vibratoire d'assez faible amplitude et d'assez grande fréquence pour y obéir aux lois de mouvement des solides élastiques, c'est-à-dire pour y manifester des traces de rigidité au voisinage de l'état naturel ou de repos.

la continuité de ξ, η, ζ de part et d'autre sur toute la surface, cette égalité des pressions revient précisément à celle des dérivées de ξ, η, ζ suivant la normale, dans les deux milieux.

» II. Le système ainsi établi d'équations, tant indéfinies que spéciales aux surfaces de séparation des corps ou milieux, suffit pour expliquer la propagation des mouvements vibratoires dont la longueur d'onde est très grande par rapport à la distance de deux molécules pondérables voisines, comme sont, à fort peu près, les radiations infra-rouges. Mais, quoique donnant une première approximation de celle des radiations plus courtes, lumineuses ou ultra-violettes, il est impuissant à y faire connaître une circonstance délicate fort importante, la polarisation rotatoire ([1]), et n'y représente que très imparfaitement la dispersion. C'est qu'alors la phase des mouvements varie, d'un point à l'autre, avec une excessive rapidité, qui ne permet peut-être plus de construire les éléments de volume dont nous nous sommes servis, assez petits pour être le siège de déplacements sensiblement concordants dans toute leur étendue, et cependant assez grands pour contenir, à fort peu près, la même proportion de molécules pondérables que le ferait un espace de dimensions visibles; en sorte que l'on puisse admettre l'*homogénéité* du milieu, ou, dans les équations obtenues, la *constance* des coefficients physiques.

» Il est clair que, si la longueur d'onde devient réellement trop courte pour qu'il soit possible de satisfaire à cette dernière condition (d'homogénéité), les équations de mouvement auront des coefficients variables. Et il est même peu probable que la constance de ρ, λ, μ reste tout à fait admissible; car, les éléments de volume voisins ne contenant plus des molécules pondérables disposées pareillement près de leurs diverses faces ou dans leurs diverses régions, il faudra tenir compte, à l'état d'équilibre (ou *primitif*), des petites inégalités de densité et, *par suite*, d'élasticité, produites par les attractions ou répulsions des molécules sur l'éther aux distances des actions intermoléculaires, etc.

» Quoi qu'il en soit de ces petits, mais rapides, changements présumés de ρ, λ, μ avec x, y, z, trop d'irrégularités locales affecteront alors ξ, η, ζ,

---

([1]) Pour reconnaître que la polarisation rotatoire constitue toujours un phénomène de seconde approximation, il suffit d'observer que les corps *les plus actifs* dévient les plans de polarisation de quelques centièmes de degré au plus, c'est-à-dire d'une fraction presque imperceptible de circonférence, sur un parcours d'une longueur d'onde, étendue néanmoins suffisante pour offrir toutes les phases du mouvement.

ainsi régis par des équations encore du second ordre, mais à termes devenus en général plus nombreux, et à coefficients rapidement variables d'un point à l'autre, pour qu'on puisse espérer obtenir des expressions *saisissables* de ces déplacements, à moins de les *uniformiser*, c'est-à-dire de leur substituer, en chaque point (x, y, z), leurs valeurs *moyennes*, que j'appellerai ξ', η', ζ', prises, par exemple, dans tout l'intérieur d'une petite sphère de rayon constant décrite autour de (x, y, z) comme centre. Une telle valeur moyenne, comme ξ', s'exprime aisément en fonction linéaire de la quantité correspondante ξ et de ses paramètres différentiels d'ordres pairs $\Delta_2\xi$, $\Delta_2\Delta_2\xi$, $\Delta_2\Delta_2\Delta_2\xi$, ... ([1]); d'où un calcul par approximations successives permet, en général, de déduire à l'inverse ξ en fonction linéaire de ξ', $\Delta_2\xi'$, $\Delta_2\Delta_2\xi'$, ... Or on conçoit que la substitution, dans les équations du mouvement, à ξ, η, ζ, de ces sortes de valeurs en (ξ', η', ζ'), $\Delta_2(\xi', \eta', \zeta')$, ..., puisse conduire, si l'on prend ensuite les moyennes des résultats dans de petites étendues où se neutralisent les parties variables des coefficients, à des équations (aux dérivées partielles en ξ', η', ζ'), d'ordres plus élevés que celles d'où l'on part, mais à coefficients constants. Seulement, une formation précise et sûre de pareilles équations me semble, surtout pour les milieux non périodiques en x, y, z ou *irrégulièrement* périodiques, hérissée de difficultés, quand on veut pouvoir en apprécier, au moins par sentiment, l'approximation ([2]).

([1]) Voir mon *Cours d'Analyse infinitésimale*, t. II, p. 205*. La formule (21) de cette page, donnant la moyenne pour tous les points équidistants de (x, y, z), savoir, dans le cas actuel de trois dimensions,

$$\xi + \frac{\Delta_2\xi}{2.3} r^2 + \frac{\Delta_2\Delta_2\xi}{2.3.4.5} r^4 + \frac{\Delta_2\Delta_2\Delta_2\xi}{2.3.4.5.6.7} r^6 + \ldots,$$

conduit aisément à la moyenne dans toute une sphère, qu'il suffit de décomposer en couches concentriques $4\pi r^2\,dr$. En multipliant donc l'expression précédente par $4\pi r^2\,dr$, puis intégrant depuis zéro jusqu'au rayon ε de la petite sphère, et divisant par le volume $\frac{4}{3}\pi\varepsilon^3$ de celle-ci, il vient

$$\xi' = \xi + 3\frac{\varepsilon^2}{5}\frac{\Delta_2\xi}{2.3} + 3\frac{\varepsilon^4}{7}\frac{\Delta_2\Delta_2\xi}{2.3.4.5} + 3\frac{\varepsilon^6}{9}\frac{\Delta_2\Delta_2\Delta_2\xi}{2.3.4.5.6.7} + \ldots.$$

([2]) Toutefois, quand une fonction affectée ainsi de courtes inégalités dépend d'une seule variable, l'équation différentielle qui la régit après son *uniformisation* peut être assez facile à former et à intégrer, avec une approximation très suffisante. J'ai eu occasion de le reconnaître, dans le problème du choc longitudinal d'une barre élastique, fixée à un bout et heurtée à l'autre par un corps d'une masse beaucoup plus forte que la sienne. C'est une équation *aux différences mêlées*, du premier ordre par

» III. Aussi ai-je cherché à éviter ces difficultés, dans mon essai de 1867 (*Théorie nouvelle des ondes lumineuses*), au moyen d'une hypothèse qui, trop spéciale peut-être, a du moins l'avantage de faire prévoir théoriquement la forme mathématique des lois de la dispersion et de la polarisation rotatoire. Elle consiste à supposer les molécules pondérables assez rapprochées les unes des autres, pour qu'il y en ait un grand nombre dans chaque volume élémentaire (de dimensions négligeables par rapport aux longueurs d'onde des radiations même ultra-violettes), et à évaluer cependant les composantes R_x, R_y, R_z, relatives à une seule molécule, comme si elle était assez grande pour que tout l'éther qui l'entoure ne se trouvât pas à une même phase de son mouvement vibratoire. Il faut donc alors, dans les formules (9), tenir compte de la *non-concordance* des impulsions dont se composent R_x, R_y, R_z, mesurée proportionnellement par les dérivées successives de $\frac{d^2(\xi, \eta, \zeta)}{dt^2}$ en x, y, z; et les seconds membres de (9) deviennent par conséquent des séries rapidement convergentes ordonnées suivant ces dérivées d'ordres de plus en plus grands.

» Sauf peut-être pour les termes de polarisation rotatoire, excessivement faibles, où figurent les dérivées premières en x, y, z de $\frac{d^2(\xi, \eta, \zeta)}{dt^2}$,

---

rapport aux différences finies et du premier par rapport aux différentielles, qu'il s'agit alors d'intégrer. Elle se transforme en une équation différentielle linéaire du second ordre à coefficients constants, et à second membre rapidement variable (de forme implicite, mais très petit et sensiblement nul en moyenne), quand on y introduit, au lieu de la fonction qui y figure, la même fonction *uniformisée*. Or, quoique ce second membre reste inconnu, on peut voir, aux p. 535 à 544 de mon Volume intitulé *Applications des potentiels à l'étude de l'équilibre et du mouvement des solides élastiques, etc.*, que toutes les circonstances importantes du choc se déterminent facilement et d'une manière fort approchée, tandis que l'emploi de l'équation exacte aux différences mêlées, ou de la fonction prise avec ses inégalités successives de plus en plus complexes, conduit à des calculs presque inextricables dès que ces inégalités deviennent un peu nombreuses.

Dans l'étude des ondes liquides *de translation*, ou appartenant au type de l'*onde solitaire*, c'est une *sorte d'uniformisation* des deux composantes horizontales u, v de la vitesse, peu variables, il est vrai, du fond à la surface, qui permet d'établir les équations de seconde approximation (aux dérivées partielles) les plus simples dont le problème paraisse susceptible : elle consiste à choisir comme fonctions inconnues, au lieu de u, v, leurs moyennes U, V le long de chaque verticale (x, y). Mais le but poursuivi est ici un peu autre que dans les questions précédentes; car il s'agit d'éliminer *une variable*, la coordonnée verticale z, et non pas de *courtes inégalités*, fonctions de cette variable.

un pareil défaut *sensible* de concordance, entre les impulsions exercées par l'éther sur une *seule* molécule, n'est guère vraisemblable, à cause des petites dimensions de celle-ci comparativement à la longueur d'onde. Mais il le serait beaucoup, au contraire, entre les impulsions exercées sur *toutes* les molécules pondérables d'un même élément de volume; cas où il semble bien que la non-concordance se trouverait mesurée de même, pour tout l'élément, par les dérivées successives en x, y, z des accélérations $\frac{d^2(\xi, \eta, \zeta)}{dt^2}$, et que, par suite, les sommes Σ des seconds membres respectifs de (9), dans les équations de mouvement, deviendraient des séries comme celles dont il vient d'être parlé pour chacun d'eux. »

CHIMIE. — *Recherches sur le samarium.* Note de M. **Lecoq de Boisbaudran.**

« J'ai déjà dit ([1]) que les bandes de renversement du Sm changent d'éclat relatif avec les conditions expérimentales : ainsi, Z_ζ 614,4 gagne un peu, relativement à l'orangée, quand l'étincelle est *très courte,* quand on concentre les solutions, quand il y a un grand excès de HCl, cas auquel Z_ζ arrive même à dépasser très légèrement l'orangée (avec l'étincelle au milieu du liquide), etc. Ces observations m'ont conduit à supposer que l'augmentation de Z_ζ, en tête du fractionnement par AzH^3, était peut-être due à des changements de conditions expérimentales. J'ai donc comparé de nouveau la tête et le milieu de ce fractionnement, en m'efforçant d'égaliser les conditions.

» L'augmentation de toute la fluorescence et l'accroissement relatif de Z_ζ parurent alors être notablement moins prononcés, mais ils furent cependant encore observés, en passant du milieu à la tête du fractionnement par AzH^3. Les raies électriques Z_ε furent aussi trouvées un peu plus marquées en tête qu'au milieu, la différence étant toutefois moindre que celle précédemment notée.

» Je viens de fractionner très soigneusement, par AzH^3, la tête de mon précédent fractionnement par l'acide oxalique, lequel avait lui-même été effectué sur la tête du premier fractionnement par AzH^3 ([2]). La très petite masse de matière laissée dans la queue oxalique contenait tout le Z_β. Si

---

([1]) *Comptes rendus,* 27 mars 1893, p. 674.
([2]) *Comptes rendus,* 20 mars 1893, p. 611.

le renforcement relatif de Z_ζ, observé dans la tête du premier fractionnement par AzH^3, était dû à la concentration d'un élément particulier, on pouvait espérer que ce renforcement s'accentuerait beaucoup en tête du second fractionnement par AzH^3, le dernier exécutable d'ailleurs, vu la pénurie extrême de matière.

» Dans la tête du dernier fractionnement par AzH^3, Z_ζ n'a point un éclat relatif plus grand que dans la queue. Z_ζ paraît même avoir une légère supériorité en queue, où les autres bandes sont légèrement plus vives qu'en tête et où l'on ne voit pas trace de Z_β, non plus qu'en tête. Mais, en tête comme en queue du dernier fractionnement, Z_ζ est, relativement et absolument, légèrement supérieure à ce qu'elle est au milieu du premier fractionnement par AzH^3.

» En outre des bandes de renversement déjà décrites du Sm : rouge, rouge-orangé, orangée (double) et verte, il existe une autre bande verte, bien plus faible, que j'ai observée depuis longtemps et qui n'est pas sans intérêt; son maximum de lumière (mesuré sur l'échelle prismatique) est $\lambda = 535,4$ environ (moyenne des meilleures mesures). La bande est *très nébuleuse*, surtout à gauche, et est sensiblement moins large que la première verte (maximum de la première verte : $\lambda = 560,6$ environ). L'éclat, toujours très modéré, varie avec les conditions expérimentales, la nature de l'acide et, quelque peu aussi, avec la portion du fractionnement.

» La bande 535,4 paraît gagner un peu quand l'étincelle jaillit au bord du liquide, au lieu d'être tirée près du centre et quand l'étincelle est très courte; elle se voit mieux en solution chlorhydrique très acide qu'en solution presque neutre; elle est un peu plus forte dans $AzHO^3$ que dans HCl; enfin, elle se produit avec une solution acétique, bien qu'elle y soit un peu plus faible que dans HCl. La bande 535,4 s'est montrée un peu, ou légèrement, plus forte en tête qu'au milieu du premier fractionnement par AzH^3.

» *Comparaison de Z_ζ et de* 535,4. — L'acide nitrique renforce ces deux bandes, relativement à l'orangée, mais l'accroissement de Z_ζ paraît être de beaucoup le plus grand. Les deux bandes sont d'autant mieux développées dans la solution chlorhydrique que celle-ci est plus acide (pourvu, cependant, que la quantité de HCl ne soit pas telle que le Sm^2Cl^6 soit précipité). Les deux bandes étaient légèrement plus marquées en tête qu'au milieu du premier fractionnement par AzH^3; elles gagnent un peu à la brièveté de l'étincelle. La bande 535,4 n'est que modérément affaiblie par l'acide acé-

tique, tandis que Z_ζ est éteinte ou réduite à une trace. Z_ζ gagne très notablement si l'étincelle jaillit au milieu du liquide, mais 535,4 paraît être alors plutôt affaiblie.

» J'ai déjà signalé l'extinction de Z_ζ par l'acide acétique (soi-disant pur); je crois pourtant avoir vu faiblement Z_ζ avec une solution acétique concentrée; les bandes rouge et verte (643,4 et 560,6) paraissaient alors être un peu plus développées (relativement à l'orangée) qu'en solution dans HCl. L'addition d'un volume d'acide acétique (à 8°) affaiblit un peu 535,4 et rendit Z_ζ très faible ou nulle, mais renforça un peu les autres bandes.

» Avec $AzHO^3$, les bandes rouge et verte (643,4 et 560,6) sont sensiblement plus fortes, relativement à l'orangée, qu'avec HCl, mais cette augmentation est moindre que celle de Z_ζ.

» J'avais précédemment mesuré la raie, un peu nébuleuse, mais d'assez faible largeur, qui forme le bord droit de Z_ζ, et j'avais trouvé : $\lambda = 611,2$ environ. Ayant repris cette mesure, dans d'assez bonnes conditions, j'ai encore obtenu : $\lambda = 611,2$ (¹).

» J'espère avoir prochainement l'honneur de soumettre à l'Académie quelques remarques suggérées par les faits observés pendant mes recherches sur le Sm. »

MÉMOIRES LUS.

BOTANIQUE FOSSILE. — *Sur les prétendues Fougères fossiles du calcaire grossier parisien.* Note de M. **Ed. Bureau.**

« Personne n'avait encore reconnu de Fougères dans le calcaire grossier, lorsque, en 1866, M. Watelet en signala trois, qu'il attribua au genre *Tœniopteris*. Depuis, M. de Saporta déclara que ces prétendues Fougères n'étaient que des feuilles de Laurier-rose. Je puis ajouter que ces feuilles, bien qu'elles soient de formes très-différentes, appartiennent toutes au *Nerium parisiense* Sap. Ces formes extrêmes peuvent aujourd'hui être rattachées les unes aux autres par des échantillons intermédiaires. Il suffit, du reste, de jeter un coup d'œil sur les Lauriers-roses vivants pour voir quelles différences considérables de taille et de forme présentent les feuilles, et cela sur le même pied. Elles sont le plus souvent lancéolées, mais parfois oblongues, linéaires-lancéolées ou presque linéaires. La plupart sont aiguës

---

(¹) Meilleures mesures : 611,14 et 611,24; moyenne, 611,19.

au sommet; mais il y en a d'obtuses, et il n'est pas jusqu'au bord de la feuille qui ne se modifie d'une manière remarquable. Or, dans le *Nerium* fossile, toutes ces variations de formes se rencontrent; toutes ont été décrites et figurées; mais on les a attribuées à des espèces, à des genres éloignés, et même à des embranchements différents du règne végétal.

» La forme la plus fréquente est la forme lancéolée. C'est sur un très grand échantillon de cette forme que l'auteur de la *Description des plantes fossiles du bassin de Paris* a établi son *Tœniopteris Micheloti*, et sur un très petit, son *Podocarpus suessionensis*.

» La forme obtuse du limbe est assez rare dans les *Nerium* vivants. Elle était bien plus fréquente dans le *Nerium parisiense*, et c'est elle que Watelet a nommée *Tœniopteris obtusa*.

» La forme linéaire est exceptionnelle à l'état fossile. C'est sur elle qu'a été établi le *Phyllites linearis* Ad. Brongn.

» Une quatrième forme, plus singulière que les précédentes, est celle qui a été décrite et figurée par Watelet sous le nom de *Tœniopteris lobata*. Cette espèce supposée a été fondée sur deux empreintes de feuilles qu'il était vraiment difficile d'attribuer à un Laurier-rose. L'une présente, de chaque côté du limbe, deux, l'autre trois étranglements, qui s'avancent vers la côte, ou même jusqu'à la côte. Ces étranglements, dans les deux échantillons connus, sont situés en face l'un de l'autre; mais, sur l'un des deux exemplaires, les sinus sont inégalement profonds. L'aspect général rappelle, non une fronde de fougère, mais bien plutôt une feuille du genre *Phyllarthron*, qui appartient aux Crescentiées et qui renferme des espèces dont les feuilles sont réduites à un rachis articulé et ailé, la dilatation formée par l'aile étant interrompue à chaque articulation. Toutefois, cette ressemblance de forme est loin d'être confirmée par un examen plus approfondi; car, dans le fossile, le rachis est dépourvu d'articulations et la nervation ne diffère pas de celle des *Nerium*.

» Pour achever de m'éclairer sur la véritable nature du *Tœniopteris lobata*, j'eus l'idée de chercher si je ne trouverais pas de semblables échancrures sur les feuilles du *Nerium Oleander* : je ne tardai pas, en effet, à recueillir un certain nombre de feuilles de Laurier-rose ainsi conformées. La plupart des pieds que j'ai examinés avaient des feuilles normales; mais, quand je rencontrais une feuille lobée, j'étais sûr d'en trouver d'autres sur le même individu. La ressemblance de quelques-unes avec les deux figurées par Watelet était frappante : les sinus se correspondaient des deux côtés du limbe, donnant ainsi à la feuille vivante comme à la feuille fossile

l'apparence d'un rachis ailé et articulé; mais le plus souvent les sinus de droite et de gauche ne se correspondaient pas. J'ajouterai que des renseignements reçus du Midi, et confirmés par un envoi de feuilles, m'ont appris que cette déformation y est plus fréquente que dans nos jardins.

» Le Laurier-rose du bassin de la Méditerranée, le *Nerium Oleander* L., n'est pas l'espèce la plus voisine du Laurier-rose fossile parisien. Les affinités de celui-ci sont surtout avec le Laurier-rose de l'Inde, le *Nerium odorum* Ait. Un pied de cette dernière espèce figure dans l'École de Botanique du Muséum. Les feuilles à bords échancrés et semblables au *Tœniopteris lobata* y sont plus nombreuses que dans le *Nerium Oleander*, et, à ce qu'il m'a semblé, toujours de petite taille. Chose remarquable, les deux feuilles lobées fossiles figurées par Watelet sont aussi de petites feuilles.

» Quant à la cause de la déformation du limbe, elle ne me paraît pas douteuse. Cette déformation s'accompagne, en face de chaque échancrure, d'une déviation des nervures plus ou moins prononcée, et, au point où ces nervures se rapprochent le plus les unes des autres, j'ai presque toujours constaté soit une piqûre d'insecte, soit l'insecte lui-même : une cochenille, l'*Aspidiotus Nerii* Bouch.

» Ainsi le *Tœniopteris lobata* Wat. n'est autre chose qu'une déformation de la feuille du *Nerium parisiense* Sap., déformation qui se rencontre encore sur les feuilles des Lauriers-roses vivants, et qui, dans l'espèce fossile comme dans les espèces actuelles, a dû être produite par la piqûre d'une cochenille, ce qui, indirectement, nous conduit à reconnaître la présence de ces Hémiptères parasites à l'époque de l'éocène moyen.

» J'ai même la conviction qu'ils ont coexisté avec les premières dicotylédones connues. En effet, les échantillons du crétacé inférieur, étage urgonien du Groënland, décrits et figurés par Heer, sous le nom d'*Oleandra arctica*, comme une espèce de Fougère montrant quelques sores arrondis, et dont il signale lui-même la ressemblance avec un des *Tœniopteris* de Watelet, ne me paraissent pouvoir être que des feuilles de *Nerium* ou d'un genre voisin, portant des cochenilles fixées à leur face inférieure.

» Dans les déterminations des feuilles fossiles, on ne s'est pas suffisamment tenu en garde jusqu'ici contre les modifications de formes qui peuvent avoir été occasionnées par des insectes.

» Par la suppression des *Tœniopteris* de Watelet, le groupe des Fougères disparaît de la flore du calcaire grossier parisien. Il y avait cepen-

dant des Fougères à cette époque, mais dans des stations éloignées de la côte. Les dépôts de l'éocène moyen d'Angleterre, qui sont des dépôts d'eau douce, nous apprennent que les Fougères alors vivantes, loin d'être des formes anomales, appartenaient aux genres *Chrysodium, Pteris, Phegopteris, Adiantum, Gleichenia, Aneimia, Lygodium, Osmunda,* et à quelques genres éteints, mais rentrant dans des familles actuellement vivantes. »

MEMOIRES PRÉSENTÉS.

M. le **Ministre de la Guerre** adresse à M. le Président la Lettre suivante :

« Paris, le 15 juillet 1893.

» Monsieur le Président,

» J'ai l'honneur de vous prier de vouloir bien soumettre au jugement de l'Académie un Mémoire résumant l'ensemble des observations effectuées depuis huit années au Service géographique de l'Armée, pour la détermination de l'intensité, soit absolue, soit relative, de la pesanteur.

» M. le commandant Defforges, qui en a poursuivi l'exécution, a déjà fait connaître à l'Académie, dans différentes Communications, la méthode et l'appareil qu'il a imaginés pour la mesure de l'intensité absolue. Il a pu faire cette mesure en huit stations primordiales. C'est au cours de ces opérations qu'il a réussi à découvrir et à analyser complètement une cause d'erreur, due au glissement du couteau et qui avait, jusqu'à présent, échappé aux observateurs du pendule.

» Concurremment avec les déterminations absolues, M. Defforges a poursuivi l'étude d'une forme particulière de pendule réversible, auquel il a pu donner, aux effets de la température près, une longueur invariable, le rendant ainsi particulièrement propre à la mesure de l'intensité relative. Dans ce pendule, qu'il a appelé *réversible inversable,* et qui oscille dans le vide, il a substitué à l'échange habituel des couteaux un déplacement du centre de gravité, obtenant du même coup l'élimination de l'influence de la courbure et de l'effet de toute dissymétrie dans l'action de l'air.

» Tandis qu'une mesure de l'intensité absolue exige environ un mois de travail assidu, deux jours suffisent, avec le nouvel appareil, pour mesurer l'intensité relative avec une précision qui paraît dépasser certaine-

ment le $\frac{1}{100000}$. En trois ans (1890-1892), M. le commandant Defforges et M. le capitaine Bourgeois, son adjoint, ont pu facilement, soit réunis, soit séparés, déterminer l'intensité de la pesanteur, avec cet appareil nouveau, en 26 stations. Les résultats principaux de la discussion de ces mesures sont résumés dans une Note de M. Defforges, que j'ai l'honneur de vous adresser ci-joint.

» Je serai très reconnaissant à l'Académie de vouloir bien faire examiner ce Mémoire par une Commission spéciale, et je serai très heureux de recevoir le Rapport de cette Commission.

» Veuillez agréer, Monsieur le Président, l'expression de mes sentiments de très haute considération.

» Pour le Ministre et par son ordre,

Le Général, sous-chef d'État-Major général
Directeur du Service géographique :

Derrécagaix. »

PHYSIQUE DU GLOBE. — *Sur la distribution de l'intensité de la pesanteur à la surface du globe.* Mémoire de M. **Defforges**. (Extrait par l'auteur.)

(Commissaires : MM. Fizeau, Daubrée, Cornu, Tisserand, Bassot.)

« L'ensemble des déterminations de l'intensité de la pesanteur effectuées au Service géographique, depuis 1884, comprend :

» *Huit* déterminations d'intensité absolue exécutées avec les pendules de Brunner.

» *Vingt-six* déterminations d'intensité relative à l'aide du pendule réversible inversable.

» *Sept* déterminations d'intensité relative exécutées, à titre d'essai, par des méthodes diverses, mais rendues entièrement comparables aux précédentes.

» En tout *quarante et une* déterminations en *trente-cinq* stations différentes.

» La valeur de la gravité, rapportée à Paris (Observatoire) comme origine, est réduite au niveau de la mer par la formule de Bouguer, à l'aide des densités fournies par la Géologie aux trente-cinq stations :

Noms des stations.	Latitude.	Altitude.	g.
	G	m	m
Edimbourg (Leith-Fort).	62,17	21	9,81680
Greenwich.	57,20	48	81263
Leyde.	57,94	2	81319
Dunkerque (Rosendaël).	56,72	20	81230
Bruxelles.	56,50	102	81188
Lihons.	55,37	106	81115
Paris.	54,26	60	81012
Lyon (St-Genis-Laval).	50,76	286	80739
Marseille.	48,11	61	80550
Bastia.	47,43	20	80574
Corte.	47,00	605	80481
Ajaccio.	46,57	6	80454
Alger.	40,83	213	80002
Médéah.	40,30	930	79870
Boghar.	39,91	927	79792
Laghouat.	37,55	755	79549
Rivesaltes.	47,50	25	80487
Pratz de Mollo.	47,11	840	80372
Noms des stations.	Latitude.	Altitude.	g.
	G	m	m
Port-Vendres.	47,61	25	9,80514
Pic du Midi de Bigorre.	47,70	2877	80390
Montlouis.	47,24	1620	80327
Bellegarde.	47,19	420	80465
Philippeville.	41,09	20	80021
Col des Oliviers.	40,67	420	79935
Constantine.	40,41	655	79864
Ouled Rhamoun.	40,19	687	79890
Aïn Yagout.	39,76	890	79787
Batna.	39,50	1050	79712
El Kantara.	39,13	525	79686
Biskra.	38,72	137	79698
Nice (Génie).	48,72	21	80617
Nice (observatoire).	48,57	367	80605
Barbonnet.	47,98	833	80586
Peyracava.	48,48	1420	80537
Desierto de las Palmas.	44,54	728	80166

» D'après le Tableau qui précède, nous avons avec Biot quatre stations communes : Edimbourg (Leith-Fort), Greenwich, Dunkerque et Paris, une avec Kater : Edimbourg (Leith-Fort), une avec M. Albrecht : Leyde.

» Il est donc facile de relier à nos mesures celles de Biot, de Kater et de M. Albrecht, et, par conséquent, celles de Sabine, Foster, Lütke, Basevi et Heaviside qui ont le même point de départ que Kater et les mesures de Bessel et Peters, qui peuvent être rattachées aux observations de M. Albrecht.

» De même, toutes les mesures qui ont Paris pour origine, telles que les mesures de Freycinet et Duperré, sont aisément rendues comparables aux nôtres.

» L'accord de nos observations, envisagées au seul point de vue relatif, avec celles de Biot, est remarquable. Les différences entre nos valeurs et les siennes sont :

Édimbourg (Leith-Fort)	$\Delta g = 0{,}00111$ m
Greenwich	[illegible]
Dunkerque	120
Paris	119

soit un écart moyen de $\frac{1}{200000}$ environ.

» En appliquant aux résultats de Biot la correction moyenne

$$\Delta g = 0^{m},00115,$$

nous les ramenons à la pesanteur équatoriale qui correspondrait à nos observations. Les nombres de Kater et Biot, ainsi ramenés à notre point de départ, s'accordent entre eux à Unst. Ceux de Sabine et Peters, réduits à la même origine par l'intermédiaire de Bessel et de M. Albrecht, s'accordent à Altona.

» Il a donc été possible, grâce à nos observations, par des comparaisons aux stations communes et par l'application de corrections convenables, déduites de ces comparaisons, de constituer un tout homogène avec les mesures des observateurs précités et les mesures récentes du Service géographique. Par cette réduction systématique à une origine commune, un ordre inattendu a apparu dans le chaos des chiffres discordants.

» Les anomalies de la pesanteur, depuis longtemps mises en évidence, avaient été attribuées, soit à des anomalies correspondantes de la figure de la Terre; soit à l'insuffisance des formules de réduction au niveau de la mer; soit encore, à l'inégale distribution des masses dans l'écorce terrestre; ou enfin, dans la plupart des cas, à l'insuffisance et aux erreurs des observations.

» De l'ensemble de nos mesures et des mesures anciennes que nous avons pu y rattacher avec certitude, il ressort des faits très nets, désormais incontestables, et qui peuvent être généralisés. On peut les résumer sommairement ainsi :

» La pesanteur est distribuée très inégalement à la surface du globe.

» La loi de Clairaut, vraie dans l'ensemble, est presque partout masquée par des anomalies notables.

» La pesanteur, sur les littoraux des diverses mers, présente des anomalies faibles, constantes sur un même littoral et, par conséquent, caractéristiques.

» Dans les îles, on constate un excès considérable de la pesanteur.

» Sur les continents, c'est l'inverse, et le défaut paraît croître proportionnellement à l'altitude et à la distance à la mer.

» Nous donnons, à titre d'exemple, le Tableau et la courbe de ces anomalies de la pesanteur sur une ligne qui, partant du Spitzberg, traverse la Grande-Bretagne, la France, la Méditerranée et aboutit à Biskra.



La courbe pointillée représente les altitudes.
La courbe pleine figure les anomalies observées de l'intensité de la pesanteur.

Noms des stations.	Altitude.	g obs. — calc.
Spitzberg	6^{m}	+ 88
Unst	9	+ 55
Portsoy	29	+ 52
Leith	21	+ 35
Clifton	104	+ 14
Arbury Hitt	225	+ 32
London	25	+ 15
Greenwich	48	0
Shanklin Farm ...	74	+ 7
Dunkerque	20	+ 5
Lihons	106	— 3
Paris	60	— 18
Lyon	286	— 10
Clermont	406	— 63
Figeac	223^{m}	— 60
Marseille	61	+ 14
Bastia	20	+ 93
Corte	605	+ 34
Ajaccio	6	+ 41
Philippeville	20	+ 41
Col des Oliviers ..	420	— 13
Constantine	655	— 64
Ouled Rhamoun ..	687	— 21
Aïn Yagout	890	— 90
Batna	1050	—145
El Kantara	525	—143
Biskra	137	—100

» Les anomalies de la pesanteur, positives au Spitzberg, en Écosse et en Corse, deviennent négatives sur les continents français et algérien. Les anomalies continentales croissent nettement avec l'altitude et la distance à la mer.

» Il faut, d'ailleurs, remarquer que, des Shetland à la Méditerranée, la surface réelle de l'ellipsoïde ne s'écarte jamais, d'après Clarke, de la surface théorique de plus de $6^{m},4$ (18,4 pieds anglais). Ce n'est donc pas à des anomalies de la figure de la Terre qu'on peut attribuer les anomalies de la pesanteur.

» C'est à la Géologie qu'il faudra demander l'explication de ces irrégularités.

» Les mesures des Anglais aux Indes, rattachées aux nôtres par Kew et Greenwich, apportent une confirmation éclatante aux lois constatées en Europe et en Afrique, sur la région anglo-franco-algérienne. »

CORRESPONDANCE.

M. le **Ministre de l'Instruction publique, des Beaux-Arts et des Cultes** invite l'Académie à lui présenter une liste de deux candidats pour une place de Membre titulaire au Bureau des Longitudes, dans la Section de la Marine, place devenue vacante par suite du décès de M. le vice-amiral *Pâris*.

M. le **Secrétaire perpétuel** donne lecture d'une Lettre par laquelle M. le Ministre de l'Instruction publique invite l'Institut à se faire représenter à la distribution des prix du Concours général entre les Lycées et Collèges de la Seine et de Versailles, qui aura lieu sous sa présidence le 31 juillet prochain.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° Une Carte géologique de la Russie d'Europe, publiée par le Comité géologique. (Adressée par M. Wenukoff.)

2° Une Brochure portant pour titre : « Lettres inédites de Ramond, publiées et annotées par M. *Ph. Tamisey de Larroque*. (Présenté par M. de Lacaze-Duthiers.)

3° Un Volume intitulé : « Soudan français; Kahel, carnet de voyage » ; par M. *Olivier de Sanderval*. (Présenté par M. Faye.)

M. **Bichat**, nommé Correspondant pour la Section de Physique, adresse ses remercîments à l'Académie.

M. **Ludwig**, nommé Correspondant pour la Section de Médecine et Chirurgie, adresse ses remercîments à l'Académie.

ASTRONOMIE. — *Observations de la comète Rordame, faites à l'équatorial coudé* ($0^m,32$) *de l'observatoire d'Alger*, par M. **Rambaud**, présentées par M. Lœwy.

Comparaisons et positions de la comète.

Dates 1893.	Temps moyen d'Alger.	Comète — Étoile. Δα.	Δδ.	Nombre de comp.	Æ app.	Log. fact. parall.	Déclinaison apparente.	Log. fact. parall.	★.
	h m s	m s	′ ″		h m s		° ′ ″		
Juillet 11.	8.45.53	−2.29,58	− 3.31,1	11 : 8	8.57.39,10	$\bar{1}$,812	+45.32.59,6	0,714	*a*
13.	9.10.38	−1.15,19	+ 0.35,7	7 : 6	9.51.35,26	$\bar{1}$,786	+41. 5.39,7	0,704	*b*
15.	9.11.44	−0. 8,25	+ 5.29,8	24 : 20	10.28.52,62	$\bar{1}$,768	+36.23.43,0	0,662	*c*
15.	9.54.16	−1.14,15	+ 0.55,2	13 : 10	10.29.26,25	$\bar{1}$,754	+36.19.43,5	0,728	*d*
16.	9.24.13	+1.29,04	+ 0.53,0	17 : 12	18.43.13,19	$\bar{1}$,756	+34.10.14,5	0,675	*e*
17.	10. 7.29	−0.14,34	+13.59,8	19 : 16	10.55.21,83	$\bar{1}$,734	+32. 3.24,9	0,731	*f*
18.	9.31.40	−2. 3,67	+ 5.31,0	16 : 10	11. 5. 1,29	$\bar{1}$,738	+30.13.01,1	0,680	*g*
18.	10.23.26	−1.43,77	+ 1.37,0	10 : 8	11. 5.21,19	$\bar{1}$,720	+30.09.08,1	0,746	*g*
19.	9.18.38	−0.43,46	+ 2.59,4	24 : 18	11.11.56,03	0,132	+28.29.46,9	0,614	*h*

Positions des étoiles de comparaison.

Dates 1893.	★.	Gr.	Ascension droite moy. 1893,0.	Réduction au jour.	Déclinaison moy. 1893,0.	Réduction au jour.	Autorités.
Juillet 11...	*a*	8,9	h m s 9.00. 8,37	s +0,31	+45°.36′.22″,2	+8″,5	B. B., t. I, n° 39, Z. 173
13...	*b*	8,9	9.52.49,94	+0,51	+41. 4.56,3	+7,7	W_2, n° 1075
15...	*c*	9,0	10.29. 0,23	+0,64	+36.18. 6,7	+6,5	B. B., t. VI, + 36°, n° 2085
15...	*d*	8,9	10.30.39,76	+0,64	+36.18.41,8	+6,5	Cat. Paris, n° 12987
16...	*e*	9,0	10.41.44,17	+0,68	+34. 9.15,6	+5,9	W_2, n° 805
17...	*f*	8,0	10.55.35,46	+0,72	+31.49.19,9	+5,2	W_2, n° 1071
18...	*g*	9,0	11. 7. 4,21	+0,75	+30.07.26,6	+4,5	W_2, n° 83
18...	*g*	9,0	»	+0,75	»	+4,5	Id.
19...	*h*	9,2	11.12.38,73	+0,76	+26.26.43,5	+4,0	B. B., t. VI, + 28°, n° 1986

» La comète a été photographiée le 16 juillet en trente minutes de pose, par M. Renaux, la Lune étant près de l'horizon. Dans ces conditions, l'image photographique présente les caractères suivants :

» La tête de la comète est une nébulosité ronde, ayant 2′,30 de diamètre, avec un noyau dont l'éclat est comparable à celui d'une étoile de 4e grandeur; une queue assez faible se dirige dans l'angle de position 78° du nord vers l'est. »

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les équations du second degre dont l'intégrale générale est uniforme.* Note de M. **Paul Painlevé**, présentée par M. Picard.

« La question que je résoudrai complètement dans cette Note est la suivante.

» *Étant donnée une équation du second ordre*

$$y'' = R(y', y), \tag{1}$$

où R *est rationnel en* y', *algébrique en* y *et indépendant de* x, *reconnaître si l'intégrale générale de cette équation est uniforme.*

» La méthode que j'indiquerai permet d'ailleurs de former toutes les équations (1) jouissant de cette propriété et d'indiquer la nature de leur intégrale.

» J'établirai d'abord une proposition qui s'applique au cas où x figure explicitement. Soit une équation

$$y'' = R[y', y, (x)], \tag{2}$$

où R est *rationnel* en y' et *algébrique* en y; on peut toujours l'écrire

$$y'' = R_1[y', y, Y, (x)],$$

avec

$$\varphi[y, Y, (x)] = 0,$$

R_1 désignant une fraction rationnelle de y', y, Y, et φ un polynôme en y, Y; et cela de telle façon que Y s'exprime rationnellement en y, y', y''.

» Dans ces conditions, *si l'intégrale de* (2) *a ses points critiques fixes, le genre de* $\varphi = 0$ *ne peut dépasser l'unité*. En effet, j'ai montré qu'alors y, y', y'', par suite Y, sont des fonctions uniformes *sans coupures* de la constante y'_0 : d'après un théorème bien connu de M. Picard, le genre de φ est donc égal à 0 ou à 1.

» Cette proposition est susceptible d'être étendue à des équations plus générales que (2). J'ajoute que, quand x ne figure pas, elle résulte encore de ce fait que y et Y sont des fonctions uniformes de x.

» Il suit de là qu'une transformation algébrique permet d'étudier les seules équations de la forme

$$y'' = Ay'^2 + By' + C,$$

où A, B, C *sont des fonctions rationnelles soit de* y *seul, soit de* y *et de* $\sqrt{(1-y^2)(1-B^2y^2)} \equiv \sqrt{R(y)}$. J'observe immédiatement que, si un des coefficients B, C est nul dans l'équation primitive, il est nul encore dans l'équation transformée.

» L'équation (1) équivaut à une équation du premier ordre entre y et y'. Si l'on étudie y' comme fonction de y, les conditions suivantes sont *nécessaires* pour que $y(x)$ soit uniforme : 1° $y' = F(y)$ ne peut admettre d'infini algébrique $y = a$, ni de point critique de l'espèce $(y-a)^\alpha$, α étant incommensurable; 2° si $y = a$ est un point critique algébrique de y', on a, dans le voisinage de $y' = a$, $y' = (y-a)^{1-\frac{1}{\nu}}(A+\varepsilon)$, ν désignant un entier; 3° si $y = a$ est un point critique de y' de l'espèce logarithmique, $\frac{y'}{y-a}$ doit rester fini pour $y = a$; 4° si $y = a$ est un point transcendant de y', $\int_{y_0}^{y} \frac{dy}{y'}$ doit tendre soit vers une limite x_1, soit vers l'infini, quand y tend vers a d'une façon quelconque; 5° les mêmes conditions doivent être remplies quand on change y en $\frac{1}{y}$.

» Appliquons en premier lieu les conditions à l'équation

(3) [illegible]

On trouve qu'un changement algébrique de fonction (où la nouvelle fonction est encore uniforme) ramène toutes les équations aux types suivants

$$(a)\quad y''=0,\qquad y''=\frac{y'^2}{y},\qquad y''=\frac{y'^3 R'}{2R},\qquad \left[\begin{array}{l}R=(1-y^2)(1-\beta^2 y^2)\\ R'=\dfrac{dR}{dy}\end{array}\right]$$

$$(b)\qquad y''=y'^2\left(\frac{R'}{2R}-\frac{\alpha}{\sqrt{R}}\right).$$

» Ces équations s'intègrent immédiatement : l'intégrale des équations (a) est toujours uniforme ; l'intégrale de B n'est uniforme que si $\frac{2i\pi}{\alpha}=m\omega_1+n\omega_2$, ω_1 et ω_2 représentent les périodes de $\operatorname{sn}_{\beta^2}$. Ces résultats, sous une forme différente, ont déjà été obtenus par M. Picard (*Mémoire sur les fonctions algébriques de deux variables*, p. 166 à 172).

» Passons aux équations de la forme

$$(4)\qquad y''=Ay'^2+By'.$$

» On trouve d'abord que A doit satisfaire aux mêmes conditions que précédemment et que, par suite, un changement de fonction (où la fonction reste uniforme) donne à A une des expressions énumérées. Toutes les équations sont alors ramenées aux types suivants

$$(a')\quad y''=(\alpha y+\beta)y',\quad y''=\frac{y'^2}{y}+\alpha y',\quad y''=\frac{y'^2}{y}+\frac{\alpha+\beta y^2}{y}y',\quad y''=y'^2\frac{R'}{2R}+\alpha y',$$

$$(b')\qquad y''=\left(\frac{R'}{2R}-\frac{\alpha}{\sqrt{R}}\right)y'^2+\beta y'.$$

» Les équations de la forme

$$(5)\qquad y''=Ay'^2+C$$

donnent lieu, de même, au tableau suivant :

$$(a'')\quad \left\{\begin{array}{l} y''=\alpha y^3+\beta y^2+\gamma y+\delta,\qquad y''=\dfrac{y'^2}{y}+\alpha y,\\ y''=\dfrac{y'^2}{y}+\dfrac{\alpha+\beta y+\gamma y^3+\delta y^4}{y},\qquad y''=\dfrac{y'^2 R'}{2R}+\beta\sqrt{R},\end{array}\right.$$

$$(b'')\qquad y''=y'^2\left(\frac{R'}{2R}-\frac{\alpha}{\sqrt{R}}\right)+\beta\sqrt{R}.$$

» Toutes ces intégrations s'intègrent sans peine. L'intégrale des équations (a), (a'), (a'') est une combinaison uniforme de fonctions rationnelles, exponentielles ou doublement périodiques, sans d'autre point essentiel que $x=\infty$. L'intégrale de (b), (b'), (b'') n'est uniforme que

si $\frac{2i\pi}{\alpha}$ est une période de sn_{β^2}, et elle présente des points essentiels mobiles.

» Arrivons enfin à l'équation générale

$$(1) \qquad y'' = Ay'^2 + By' + C.$$

En appliquant les mêmes conditions et en comparant l'équation (1) à l'équation incomplète obtenue en annulant C ou B, on forme certaines équations qui, seules, *peuvent* avoir leur intégrale uniforme. *Or toutes ces équations s'intègrent par quadratures ou se ramènent à une équation de Riccati à coefficients périodiques* [1]. Cette intégration une fois effectuée, il est facile de voir à quelles conditions l'intégrale sera réellement uniforme. On arrive ainsi à cette conclusion : *On peut toujours choisir les constantes d'intégration de façon que l'intégrale $y(x)$ dépende algébriquement au moins d'une de ces constantes.* D'après un théorème que j'ai établi, l'intégrale doit donc se ramener aux transcendantes uniformes définies par les équations du premier ordre. C'est, en effet, ce qui a lieu : *l'intégrale est une combinaison de fonctions rationnelles exponentielles doublement périodiques ou dépend d'une équation de Riccati à coefficients périodiques.*

» On voit quelle différence profonde sépare le second et le troisième ordre, puisque les équations du troisième ordre de la forme

$$y' y''' = \tfrac{3}{2} y''^2 - y'^4 A(y),$$

où A est algébrique en y, peuvent admettre comme intégrale une fonction fuchsienne. La raison de cette différence réside dans les propriétés générales des équations différentielles que j'ai démontrées dans des Notes antérieures et dont j'ai déduit notamment que $y(x)$, dans le cas du deuxième ordre, ne peut présenter de coupure.

» La méthode que j'ai indiquée s'applique aussi bien à une équation algébrique quelconque $F(y'', y', y) = 0$. Il est même vraisemblable que l'élévation du degré et du genre simplifie l'intégration. On peut donc regarder comme certain que l'intégrale de F, quand elle est uniforme, est réductible aux transcendantes uniformes définies par le premier ordre, mais quand x figure explicitement dans l'équation, il n'en est plus ainsi. »

(1) Parmi ces équations figure notamment l'équation $y'' = 6y^2 - \frac{3}{2}\beta^4 + 5\beta y'$, signalée par M. Picard et intégrée récemment par M. Mittag-Leffler.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur certains systèmes d'équations différentielles ordinaires*. Note de M. **A. Guldberg**, présentée par M. Picard.

« Dans une Note récente, j'ai eu l'honneur de présenter à l'Académie quelques remarques sur les systèmes simultanés qui possèdent *un* système fondamental d'intégrales.

» Dans les lignes qui suivent je me propose d'étudier les cas où un système simultané possède *un* système fondamental d'intégrales premières.

» Soit donné le système d'équations différentielles ordinaires

$$\frac{d^m x_i}{dt^m} = \mathrm{F}_i\left(\frac{d^{m-1} x_1}{dt^{n-1}} \cdots \frac{d^{m-1} x_n}{dt^{n-1}}, \ldots, x_1 \ldots x_n, t\right) \qquad (i = 1, 2, \ldots, n).$$

» Une solution première générale est

$$(1) \qquad x_i^{m-1} = f_i(x_1^{m-2} \ldots x_n^{m-2}, \ldots, x_1 \ldots x_n, t, a_1 \ldots a_n) \qquad (i = 1, 2, \ldots, n),$$

en écrivant x_k^j au lieu de $\frac{d^j x_k}{dt^j}$ et où les a sont constantes d'intégration.

» Nous supposons que l'on peut, d'une manière déterminée, toujours la même, exprimer cette solution générale par un certain nombre irréductible des solutions particulières

$$(2) \qquad x_{11}^{m-1} \ldots x_{n1}^{m-1}, \; x_{12}^{m-1} \ldots x_{n2}^{m-1}, \; \ldots, \; x_{1k}^{m-1} \ldots x_{nk}^{m-1},$$

obtenues par particularisation des constantes d'intégrations a en les équations (1), et n constantes arbitraires b par des formules connues ou inconnues

$$(3) \qquad x_i^{m-1} = \Phi_i(x_{11}^{m-1} \ldots x_{n1}^{m-1}, \ldots, x_{1k}^{m-1} \ldots x_{nk}^{m-1}, b_1 \ldots b_n)$$
$$(i = 1, 2, \ldots, n)$$

qui subsistent lorsqu'on y remplace les solutions particulières (2) par k autres solutions particulières quelconques.

» D'une manière analogue à celle indiquée dans ma Note récente, on voit que l'on peut, en s'appuyant sur un théorème de M. Lie, choisir les b de façon que les équations (3) définissent un groupe continu k fois transitif en x_i^{m-1} et b_i aux kn paramètres $x_{11}^{m-1} \ldots x_{nk}^{m-1}$. Les valeurs de k sont donc $1, 2, \ldots, n+2$; dans le cas $k = n+2$, le groupe est semblable au groupe projectif général.

» En appliquant ces remarques dans le cas où $n = 1, m = 2$, on trouve les trois équations :

» 1° L'équation

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = P(x,t)\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + Q(x,t)\frac{dx}{dt},$$

où

$$\frac{\partial P(x,t)}{\partial t} = \frac{\partial Q(x,t)}{\partial x}.$$

» Une solution première générale est

$$\frac{dx}{dt} = \theta(x,t)a.$$

» 2° L'équation

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = P(x,t)\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + Q(x,t)\left(\frac{dx}{dt}\right) - R(x,t),$$

où

$$\frac{\partial P}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\frac{\partial^2 P}{\partial t^2} + \frac{\partial^2 R}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 Q}{\partial t\,\partial x} - \frac{\partial}{\partial x}(RP) + Q\frac{\partial P}{\partial t}}{2\frac{\partial P}{\partial t} - \frac{\partial Q}{\partial x}}\right).$$

» Une solution première générale est

$$\frac{dx}{dt} = \theta_1(x,t)a + \theta_2(x,t).$$

» 3° L'équation

$$P(x,t)\frac{d^2 x}{dt^2} = Q(x,t)\left(\frac{dx}{dt}\right)^3 + R(x,t)\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + S(x,t)\frac{dx}{dt} + T(x,t),$$

où

$$\frac{\partial}{\partial x}(T\vartheta^2) = \frac{\partial}{\partial t}\left[Q + \vartheta\left(R - \frac{\partial P}{\partial x}\right) + \vartheta^2\left(S - \frac{\partial P}{\partial t}\right)\right],$$

$\frac{1}{2\vartheta}$ étant une solution première particulière.

» Une solution première générale est

$$\frac{dx}{dt} = \frac{\theta_1(x,t)a + \theta_2(x,t)}{\theta_3(x,t)a + \theta_4(x,t)}. \text{ »}$$

NOMOGRAPHIE. — *Sur une méthode nomographique applicable à des equations pouvant contenir jusqu'à dix variables.* Note de M. **Maurice d'Ocagne.**

« Le but de cette Note est de faire connaître le principe d'une méthode nomographique d'une extrême généralité, s'appliquant à des équations

pouvant contenir jusqu'à dix variables, c'est-à-dire fournissant des abaques à neuf entrées, et comprenant comme cas particuliers toutes les méthodes connues jusqu'à ce jour.

» Considérons sur un plan fixe quatre systèmes de points doublement isoplèthes ([1]), S_1, S_2, S_3, S_4, limités, bien entendu, à des aires n'empiétant pas les unes sur les autres, et définis par les équations

$$X = f_i(\alpha_i, \alpha_{i+4}), \qquad Y = \varphi_i(\alpha_i, \alpha_{i+4}) \quad (i = 1, 2, 3, 4). \tag{1}$$

Sur ce plan fixe, posons un plan transparent mobile sur lequel soient tracés deux systèmes de courbes isoplèthes, définis par les équations

$$g(x, y, \alpha_9) = 0, \tag{2}$$

$$h(x, y, \alpha_{10}) = 0. \tag{3}$$

» Nous pouvons faire passer l'axe des x du plan mobile par les points (α_1, α_5) et (α_2, α_6) du plan fixe, puis faire glisser cet axe sur lui-même jusqu'à ce qu'une certaine courbe α_9 du plan mobile passe par le point (α_3, α_7) du plan fixe. Une courbe α_{10} du plan mobile passe alors par le point (α_4, α_8) du plan fixe.

» On constitue ainsi un *abaque* de l'équation qui lie analytiquement les dix quantités $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_{10}$, liées géométriquement de la façon qui vient d'être dite.

» Pour avoir cette équation, remarquons que les coordonnées x et y, prises dans le plan mobile, sont liées aux coordonnées X et Y prises dans le plan fixe par les formules

$$\begin{cases} x = \lambda(X - X_0) + \mu(Y - Y_0), \\ y = -\mu(X - X_0) + \lambda(Y - Y_0), \end{cases} \tag{4}$$

où X_0 et Y_0 sont les coordonnées de l'origine du plan mobile, λ et μ les coefficients d'orientation de ses axes, liés par l'équation

$$\lambda^2 + \mu^2 = 1. \tag{5}$$

» L'axe des x a donc pour équation

$$\mu(X - X_0) - \lambda(Y - Y_0) = 0,$$

et si l'on exprime qu'il passe par les points (α_1, α_5) et (α_2, α_6), on a, en

([1]) Voir ma *Nomographie*, Chap. VI.

écrivant f_i et φ_i pour $f_i(\alpha_i, \alpha_{i+4})$ et $\varphi_i(\alpha_i, \alpha_{i+4})$,

$$(6)\qquad \begin{cases} \mu(f_1 - X_0) - \lambda(\varphi_1 - Y_0) = 0, \\ \mu(f_2 - X_0) - \lambda(\varphi_2 - Y_0) = 0, \end{cases}$$

ou

$$(7)\qquad \frac{\mu}{\lambda} = \frac{\varphi_1 - Y_0}{f_1 - X_0} = \frac{\varphi_2 - Y_0}{f_2 - X_0} = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{f_1 - f_2}.$$

» La substitution des valeurs (4) de x et y dans (2) et (3) transforme ces équations en

$$G(X, Y, X_0, Y_0, \lambda, \mu, \alpha_9) = 0,$$
$$H(X, Y, X_0, Y_0, \lambda, \mu, \alpha_{10}) = 0.$$

» Exprimant donc que les courbes correspondantes passent respectivement par les points (α_3, α_7) et (α_4, α_8)

$$(8)\qquad G(f_3, \varphi_3, X_0, Y_0, \lambda, \mu, \alpha_9) = 0,$$

$$(9)\qquad H(f_4, \varphi_4, X_0, Y_0, \lambda, \mu, \alpha_{10}) = 0,$$

l'équation (7)

$$\frac{\mu}{\lambda} = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{f_1 - f_2}$$

jointe à (5) fait connaître les valeurs de λ et μ en fonction de α_1, α_5, α_2 et α_6, à savoir

$$(10)\qquad \lambda = \frac{f_1 - f_2}{\sqrt{(f_1 - f_2)^2 + (\varphi_1 - \varphi_2)^2}}, \qquad \mu = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{\sqrt{(f_1 - f_2)^2 + (\varphi_1 - \varphi_2)^2}}.$$

» Ces valeurs de λ et μ étant portées dans (8), (9) et la première équation (7) par exemple, il suffit d'éliminer X_0 et Y_0 entre ces équations pour avoir l'équation cherchée entre $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_9, \alpha_{10}$.

» On voit que, si l'une des équations (8) ou (9) est linéaire en X_0 et Y_0, c'est-à-dire si l'un des systèmes d'isoplèthes du plan mobile est composé de droites, il est facile d'effectuer complètement le calcul.

» En remplaçant plusieurs des dix variables $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_{10}$ par des constantes, en faisant coïncider ensemble deux ou plusieurs des systèmes S_1, S_2, S_3, S_4, en spécialisant la nature de plusieurs des fonctions arbitraires intervenant dans la question, etc., on tire de la méthode précédente une foule de procédés particuliers, quoique encore très généraux. On obtient notamment ainsi tous les procédés connus jusqu'ici, tels que la méthode des points simplement ou doublement isoplèthes [1], la méthode des aba-

---

[1] *Comptes rendus*, t. CII, p. 816, et *Nomographie*, Chap. IV et VI.

gues hexagonaux de M. Lallemand [1], la méthode à parallèles de M. Béghin [2], etc.

» Je terminerai par une observation d'ordre pratique : en vue de la plus grande précision possible, il convient de constituer le plan transparent mobile au moyen d'une matière rigide (corne, celluloïd, ...), ayant un bord parallèle à l'axe des x. Lorsque cet axe est disposé de façon à passer par les points (α_1, α_5) et (α_2, α_6), il suffit de faire glisser ce bord le long d'une règle jusqu'à ce que la courbe α_9 passe par le point (α_3, α_7) pour que le transparent se trouve dans la position voulue. »

PHYSIQUE. — *Densité de l'anhydride sulfureux, sa compressibilité et sa dilatation au voisinage des conditions normales.* Note de M. **A. Leduc**, présentée par M. Lippmann [3].

« J'ai indiqué dans une précédente Note que la densité de l'acide sulfureux me paraissait devoir être notablement supérieure à 2,234, nombre admis jusqu'ici.

» J'ai trouvé en effet qu'elle est égale à 2,2639 dans les conditions normales, à moins de deux unités du dernier ordre conservé, c'est-à-dire à $\frac{1}{10000}$ près. Il se peut que, conformément aux expériences de Cahours et de Bineau, une quantité appréciable de ce gaz ait été condensée par la paroi du verre, grâce au voisinage du point de liquéfaction. Le nombre ci-dessus serait donc approché par excès. Je suis porté à croire, en tous cas, que cet effet, s'il existe, ne peut altérer ici que la dernière décimale.

» Il n'est pas permis d'appliquer la loi de Mariotte pour ramener les nombres des expériences à la pression normale. J'ai donc pris le soin d'étudier la compressibilité du gaz à 0°.

» *Expériences.* — Le gaz est préparé par l'action de l'acide sulfurique pur sur du mercure purifié. Il n'a le contact d'aucun caoutchouc ni bouchon de liège; il traverse, avant d'arriver au ballon à densités, un barbotteur à acide sulfurique et une colonne d'anhydride phosphorique.

» Quatre remplissages ont été effectués à 0° et à la pression atmosphérique, qui s'est toujours trouvée inférieure à la pression normale.

» Après une première pesée, le ballon était replongé dans la glace fondante et mis en relation avec la machine pneumatique et le mano-

---

(1) *Comptes rendus,* t. CXII, p. 421, et *Nomographie*, Chap. III et V.

(2) *Génie civil,* 24 décembre 1892.

(3) Ce travail a été exécuté au laboratoire des Recherches physiques, à la Sorbonne.

mètre. Le vide avait été fait au préalable dans les divers tubes de communication, afin d'éviter l'introduction de l'air dans le ballon.

» Le gaz est amené ainsi à une pression parfaitement connue. Il est tenu compte du petit excès de pression tenant à la position du centre du ballon par rapport au niveau du mercure dans le manomètre.

» Le vide partiel est poussé successivement jusqu'aux environs de $0^{atm},5$, et chaque opération suivie d'une nouvelle pesée donne le poids de gaz (toujours identique) qui remplit le ballon à la pression correspondante et à la même température 0°. Il est tenu compte, comme d'habitude, de la perte de poids du ballon par essuyage et de sa contraction sous l'influence du vide.

» Je trouve, par exemple, que mon ballon renferme :

$6^{gr},6227$	de gaz à la pression de		755,29 [1]
5,1285		»	588,05
3,1593		»	364,88

» Suivant exactement la méthode de Regnault, désignons par ε la différence $\left(\frac{V_0 P_0}{VP} - 1\right)$, et par p_0 et p les poids de gaz contenus dans le ballon aux pressions P_0 et P; on a

$$\varepsilon = \frac{p P_0}{P p_0} - 1.$$

» On pourrait se proposer de représenter les variations de ε par la formule parabolique

$$\varepsilon = A(P - P_0) + B(P - P_0)^2.$$

» Mais on trouve que le deuxième terme est insignifiant dans les limites de ces expériences, et qu'il suffit de déterminer le coefficient A au moyen des nombres extrêmes. On trouve ainsi A = 0,0321, si la pression est comptée en mètres de mercure [2]. Au voisinage de la pression normale, le coefficient prend la valeur A = 0,0323.

---

(1) Je ferai remarquer que ces poids sont assez forts pour ne comporter d'autre erreur importante que celle qui résulte de la mesure des pressions. L'étude de la compressibilité et de la dilatation de l'acide sulfureux par cette méthode des densités est donc tout aussi précise que leur étude directe par les procédés ordinaires de Regnault. J'ajouterai que l'emploi de ballons sphériques et relativement gros a, en outre, l'avantage de réduire autant que possible le rapport entre la surface et le volume, et de diminuer en conséquence l'effet de la condensation par les parois.

Cette méthode, déjà moins avantageuse avec l'acide carbonique (pour lequel elle a été employée par Regnault), deviendrait illusoire pour les gaz légers et surtout pour l'hydrogène.

(2) M. Amagat a trouvé 0,0243 entre 1^{atm} et 2^{atm} à la température de 15°.

» Il en résulte que, pour passer du poids p de gaz obtenu à la pression H au poids p' correspondant à la pression normale, il faut écrire

$$p' = p\,\frac{760}{H}\,[1 + (760 - H) \times 323 \times 10^{-7}].$$

» Les nombres ainsi corrigés donnent pour la densité de l'acide sulfureux, à la pression normale, des densités comprises entre 2,2638 et 2,2641 (moyenne 2,2639).

» *Dilatation de l'acide sulfureux.* — J'ai profité de l'installation de ces expériences pour étudier la dilatation de l'acide sulfureux entre 0° et la température ordinaire.

» A cet effet, j'ai porté mon ballon rempli à 0°, comme il vient d'être dit, soit sous la pression atmosphérique, soit à une pression plus faible, dans un bain d'eau à une température voisine de la température ambiante et convenablement agitée par un courant d'air. La température était déterminée au moyen d'un thermomètre à mercure en verre dur, étudié au pavillon de Breteuil, et les observations réduites au thermomètre normal à hydrogène.

» Le ballon peut donc être rempli successivement à 0° et à la pression H, puis à $t°$ et à une pression voisine H'. Il est facile, grâce aux expériences précédentes, de calculer exactement quel eût été le poids de gaz à 0° et à la pression H'.

» J'ai d'autre part eu l'occasion, lors de l'étude préalable de mon ballon à densités, de constater que son coefficient de dilatation est 0,000026. D'après cela, on calcule le coefficient moyen de dilatation entre 0° et $t°$ au moyen des poids p_0 et p de gaz contenus à ces températures dans un même volume, sous la même pression

$$\alpha = \frac{p_0 - p}{pt},$$

p_0 et p ayant été déduits des données immédiates ϖ_0 et ϖ au moyen des formules

$$p_0 = \varpi_0\,\frac{H'}{H}\,[1 + A(H' - H)] \qquad \text{et} \qquad p = \frac{\varpi}{1 + Kt}.$$

» J'ai trouvé, par exemple, pour le coefficient moyen à la pression, de 762^{mm},86 entre 0° et 18°,74 : 0,003967; de 761^{mm},70 entre 0° et 25°,56 : 0,003958.

» On voit d'après cela que le coefficient moyen entre 0° et 20° sous la pression normale est voisin de 0,003963 [1].

---

[1] M. Amagat (*Comptes rendus*, 1871) a trouvé pour le coefficient entre 0° et

» En combinant ce nombre avec le coefficient (0,003903) obtenu par Regnault entre 0° et 100°, on trouve pour le *coefficient vrai à* 0°

$$\alpha_0 = 0,003978.$$

» Il est facile, d'après l'ensemble de ces expériences, de calculer le *coefficient vrai à* 0° *d'augmentation de pression*. Il suffit, en effet, d'appliquer la relation connue $\alpha = p_0 \mu \beta$ dans laquelle $p_0 \mu = 1 + 0,76$ A.

» On trouve ainsi

$$\beta_0 = 0,003883.$$

» Enfin j'ajouterai que j'ai trouvé pour le coefficient de dilatation entre 0° et 22°, sous la pression de 334^{mm} de mercure :

$$\alpha = 0,003787.$$

» Je reviendrai ultérieurement sur ces résultats. »

ÉLECTRICITÉ. — *Sur les résidus de polarisation*. Note de M. E. Bouty.

« Pour définir les capacités de polarisation, on admet implicitement : 1° que, au moins au premier degré d'approximation, toute la quantité d'électricité qui traverse le circuit d'un voltamètre pendant la charge est employée à faire varier la polarisation et sera récupérée dans la décharge ; 2° qu'à une polarisation déterminée correspond une seule et unique valeur de la charge récupérable. On sait que ces hypothèses ne sont pas rigoureuses ; peut-être n'est-il pas inutile de montrer à quel point elles peuvent, dans certains cas, être éloignées de la réalité.

» 1. *Capacités apparentes pour la charge.* — La formule (1)

$$p = \frac{I_0 t}{\text{[illegible]}}, \qquad (1)$$

que j'ai établie antérieurement [1] pour représenter la polarisation p d'un voltamètre à électrodes de platine sous l'influence de courants constants d'intensité I_0 *négligeable*, continue à s'appliquer pour des valeurs sensibles de I_0 et fournit des valeurs de C invariables ; mais B croît linéairement

20°, sous la pression de 73^{cm} environ, le nombre 0,00412. On peut attribuer en partie l'écart à ce que, dans l'appareil employé par ce savant, le rapport entre la surface et le volume de l'enveloppe était beaucoup plus grand que dans mes expériences.

(1) *Comptes rendus*, t. CXVI, p. 628, 691 et 732.

avec I_0

(2) $$B = \beta + \gamma I_0;$$

on a donc, dans des limites très larges,

(1 *bis*) $$p = \frac{I_0 t}{C(1 + \beta t + \gamma I_0 t)} = \frac{Q}{C(1 + \beta t + \gamma Q)},$$

en désignant par Q la quantité totale d'électricité qui a traversé le circuit (sous forme de courant constant).

» La formule (1 *bis*) indique une valeur maximum de la polarisation

(3) $$P = \frac{1}{C\gamma},$$

correspondant au passage d'une quantité d'électricité infinie dans le circuit.

» D'une manière générale, la capacité apparente $\frac{Q}{p}$ est

(4) $$\frac{Q}{p} = \frac{C(1 + \beta t)}{1 - pC\gamma};$$

et pour chaque valeur donnée soit de p, soit de t, elle possède une infinité de valeurs différentes, et peut devenir supérieure à toute quantité donnée.

» 2. *Capacités efficaces pour la décharge.* — Soient p la polarisation atteinte au bout d'un temps de charge t; $p_1, p_2, \ldots, p_n$ les polarisations qui subsistent après une décharge de 1, 2, ..., n secondes à travers une résistance R. Posons

(5) $$\tau_n = \frac{p_{n-1} - p_n}{\frac{p_{n-1} + p_n}{2}},$$

et soit C_n la capacité *efficace* du voltamètre pendant la $n^{\text{ième}}$ seconde (c'est-à-dire celle qui correspond à la quantité d'électricité débitée à travers R); on démontre aisément que

$$C_n = \frac{1}{R\tau_n}.$$

Or l'expérience établit :

» 1° Que pour une valeur donnée de t, C_1 paraît indépendant de p;

» 2° Que pour une valeur donnée de p, C_1 est d'autant plus grand que la durée t de charge a été plus grande;

» 3° Que les capacités efficaces croissent de C_1 à C_n, c'est-à-dire croissent à mesure que la polarisation décroît, contrairement à ce qui avait lieu pour les capacités apparentes de charge.

» Toutes ces variations sont considérables. Elles subsistent quelque faibles que soient p ou t. Il faut en conclure que *la notion de capacité de polarisation ne peut avoir de sens bien défini que pour des valeurs nulles de p et de t* (*capacité initiale*).

» 3. *Quantité d'électricité récupérable*. — Si la durée de charge d'électrodes de platine placées dans un sel neutre (chlorure de sodium, par exemple) ne dépasse pas une dizaine de secondes, et que p ne dépasse pas $0^{\text{volt}},2$; si, de plus, on emploie pour la décharge un circuit de résistance médiocre, la quantité d'électricité

$$Q' = \frac{1}{R}\int p_n\,dt,$$

restituée pendant la décharge, se confond, au degré d'approximation des mesures, avec la quantité Q fournie pendant la charge; et puisque la capacité efficace croît de C_1 à C_n au lieu de demeurer constante, il faut nécessairement qu'une partie notable de la charge soit passée à l'état de *résidus* (récupérables, mais non entièrement disponibles pour la décharge instantanée). C'est le phénomène connu depuis longtemps sous le nom de *pénétration de la polarisation*.

» M. Berthelot ([1]) a démontré que le platine est susceptible de former des combinaisons aux dépens des éléments de l'eau acidulée ou des sels, avec une très faible consommation d'énergie. Il est probable que le mécanisme des résidus de polarisation consiste précisément dans la production ou la destruction de tels composés qui commenceraient déjà à se produire pour des polarisations négligeables. En ce cas, on doit comparer une électrode polarisée non à un condensateur parfait, mais à un condensateur portant en dérivation une sorte d'accumulateur.

» Si l'on ajoute au sel neutre, baignant les électrodes de platine, des quantités q croissantes de chlorure de platine, la quantité Q' d'électricité récupérable cesse d'être égale à Q et tend vers zéro lorsque q croît indéfiniment. La capacité apparente de charge $\frac{Q}{p}$ croît indéfiniment avec q, *et il en est de même de la capacité initiale* C [formule (1)]. Au contraire, *la capacité efficace pour la décharge ne varie pas sensiblement*. Une partie de plus en plus notable du courant de charge traverse donc le voltamètre sans contribuer ni à l'accroissement de la polarisation, ni à la formation des

([1]) Berthelot, *Comptes rendus*, t. XCIV, p. 1317; *Journal de Physique*, 2e série, t. I, p. 141; 1882.

résidus. Dans ce cas, il faut comparer l'électrode à un condensateur parfait, portant à la fois en dérivation un accumulateur et une résistance impolarisable.

» De telles complications imposent de la prudence pour l'interprétation théorique et la discussion des résultats relatifs *même aux capacités initiales de polarisation*. »

OPTIQUE. — *Sur de nouvelles franges d'interférences rigoureusement achromatiques*. Note de M. **Georges Meslin**, présentée par M. A. Cornu.

« En continuant mes études sur les franges d'interférences circulaires (1), j'ai été amené à recevoir sur un réseau circulaire à traits équidistants un faisceau lumineux provenant d'un trou très petit (deux fentes en croix) éclairé par le Soleil; si les rayons tombent sur la partie centrale et si l'on examine dans le faisceau lumineux avec une loupe de grand champ, on observe un nombre considérable d'anneaux concentriques équidistants *absolument achromatiques*, c'est-à-dire alternativement blancs et noirs. Pour apercevoir facilement le phénomène, il est bon de mettre le réseau à une dizaine de centimètres *au plus* de l'ouverture, de placer l'oculaire à $1^{m},50$ et de se servir d'un réseau étendu; celui que j'ai employé était au $\frac{1}{50}$ et couvrait 18^{mm}.

» Si le réseau était moins large, on ne verrait rien à cette distance et il faudrait se rapprocher, mais alors les anneaux seraient plus petits : à 50^{cm}, on peut encore les voir à la loupe; ils sont très fins, et l'aspect général est fort élégant; si l'on veut observer encore plus près, on doit employer le microscope; j'ai compté plus de 360 anneaux : les derniers étaient aussi nets que les premiers; c'est l'éclairement seul qui finissait par défaut.

» Ces franges s'élargissent lorsqu'on observe à une plus grande distance ou lorsqu'on rapproche le réseau de la source; ces deux variations, jointes à ce fait que les anneaux sont blancs et noirs, permettent de dire que l'aspect général est le même que si l'on observait l'*ombre* des traits portée par le point lumineux; ce n'est d'ailleurs là qu'une façon de s'exprimer pour résumer le sens général du phénomène; car, outre que ce ne pourrait être une explication, j'ai constaté :

» 1° Que, sur une longueur connue (sur un micromètre), on compte

(1) *Comptes rendus* des 6 février, 20 février et 13 mars 1893.

exactement deux fois plus d'anneaux qu'il n'y a de cercles dans la région qui se projette sur ce même espace;

» 2° En couvrant la partie centrale du réseau avec un petit disque, les anneaux centraux ne disparaissent pas;

» 3° En limitant le réseau par des diaphragmes circulaires de moins en moins larges, on finit par faire disparaître les franges;

» 4° Le diaphragme qui fait disparaître le phénomène a une ouverture d'autant plus grande qu'on observe à plus grande distance;

» 5° *La disparition des franges se produit exactement lorsque l'œil de l'observateur placé au point où l'on vise ne voit plus le premier cercle coloré de diffraction qui entoure le point lumineux.*

» Cette dernière remarque permet d'attribuer le phénomène à l'interférence des rayons correspondants à ce premier cercle de diffraction.

» Soient S le point lumineux, O le centre du réseau perpendiculaire à SO; un faisceau conique très délié émané de S se diffracte à droite et à gauche en formant des ondes paragéniques; considérons, en particulier, la première onde diffractée de part et d'autre. Les rayons correspondants se comportent comme s'ils émanaient de deux points S_1 et S_2; soit alors un point M situé à une distance y en arrière de S, le mouvement vibratoire qui lui parvient peut être considéré comme provenant des deux points S_1 et S_2, et la lumière qui arrive en M est celle qui a été diffractée au voisinage des deux points S_1 et S_2 où les droites S_1M et S_2M rencontrent le réseau. Ces deux sources provenant d'une source unique interféreront, et la frange d'ordre k sera à une distance x de la droite SO donnée par la formule connue

$$x = k\lambda\frac{y}{2c} \qquad \text{où} \qquad c = SS_1.$$

» Mais, si l'on considère une autre radiation, les points S_1 et S_2 ne sont plus les mêmes; c'est une fonction de λ, $c = d\,\text{tang}\,\delta$, ou sensiblement $d\sin\delta$, c'est-à-dire $dn\lambda$, d étant la distance du réseau aux points lumineux, δ la déviation pour le diffracté de premier ordre, et n le nombre de traits par millimètre.

» La distance de deux franges consécutives obtenue en faisant $K = 2$ est

$$(1) \qquad \varepsilon = \lambda\frac{y}{2nd\lambda} = \frac{y}{2dn};$$

elle est indépendante de λ, ainsi que x; *l'achromatisme est absolu*, toutes les couleurs formant leurs franges aux mêmes points.

» Si l'on cherche la distance ε' des ombres de deux traits consécutifs, on trouve

$$(2) \qquad \varepsilon' = \frac{y}{nd}.$$

» La comparaison des équations (1) et (2) montre que ε doit en effet varier comme *l'ombre* ε', mais qu'elle est deux fois plus petite.

» Pour que l'interférence en M se produise, il faut que les deux régions s_1 et s_2 ne soient pas masquées : les franges ne seront donc visibles qu'à l'intérieur d'un cône qui

s'appuie d'un côté sur le cercle S_1S_2 et, d'autre part, sur celui qui limite l'ouverture utilisée du réseau.

» Une discussion complète montre qu'il y a avantage à prendre des réseaux à traits assez espacés; ceux au cinquantième conviennent très bien, pourvu qu'ils aient une étendue d'au moins 1^{cm}, encore est-il bon qu'ils soient plus larges, sans quoi on est obligé de se rapprocher et de prendre un microscope au lieu d'une loupe, à cause de la finesse des franges.

» La théorie précédente doit s'appliquer aux réseaux rectilignes et permet de prévoir la production de franges provenant de l'interférence des deux diffractés de premier ordre, et c'est en cherchant ces franges achromatiques que j'ai été amené à vérifier la nécessité de la condition précédente, car ce n'est qu'en me servant d'un microscope et en me plaçant à quelques centimètres du réseau, que j'ai pu les voir; le réseau que j'employais n'avait qu'un demi-centimètre d'ouverture, ce qui diminuait considérablement l'étendue du champ. Mais, dans ce cas, on peut remplacer le point S par une fente lumineuse parallèle aux traits, ce qui permet d'avoir plus d'intensité : il faut, il est vrai, un réglage de parallélisme, mais, en revanche, on obtient un phénomène d'une remarquable régularité; le champ est sillonné de raies brillantes et sombres, égales, comme si l'on visait un treillage très régulier.

» Le phénomène est difficile à voir avec des réseaux au centième, je ne l'ai aperçu qu'en visant avec un microscope très grossissant (objectif n° 6) tout contre le plan du réseau, encore est-il compliqué de colorations sur lesquelles je reviendrai. Avec un réseau au vingt-cinquième, les franges sont visibles, mais les colorations dont on vient de parler se manifestent presque à toutes distances; au contraire, avec les réseaux au cinquantième, placés à quelques centimètres de la fente, on a des franges achromatiques de dimensions variables; j'en ai mesuré dont la largeur n'était que de *un centième de millimètre*. Voici enfin les mesures que j'ai faites, tant sur les franges circulaires que sur les franges rectilignes, pour vérifier la formule (1) établie plus haut; elles ont été obtenues soit à l'aide d'un oculaire micrométrique, soit avec un microscope, par comparaison avec un micromètre-objectif.

	Distances					
	de la source au réseau ou *d*.	des franges au réseau.	*y*.	Nombre de fr. dans $\frac{90}{100}$ de millim.	ε obs.	ε calc.
	c	c	c		mm	mm
Franges rectilignes.	9	2,5	11,5	78	0,0129	0,0127
	»	11,3	20,3	44	0,0229	0,0225
	»	24	33	27	0,0373	0,0366
	»	34,2	43,2	21	0,0481	0,0480

	Distances de la source au réseau ou d.	des franges au réseau.	y.	Nombre de fr. dans $\frac{99}{100}$ de millim.	ε obs.	ε calc.
	c	c	c		mm	mm
Franges circulaires.	12	12	24	51	0,0197	0,0200
	»	20	32	38	0,0265	0,0265
	»	88	100	60,5 (1)	0,0825	0,0830
	»	188	200	30 (1)	0,1666	0,1666

» Les différences ne portent que sur les dix-millièmes de millimètre; ces mesures concordent donc très exactement avec la théorie précédente.

» Lorsqu'on modifie les conditions de l'expérience, on aperçoit des colorations alternées très brillantes sur lesquelles je me propose de faire prochainement une Communication; elles fournissent l'explication des franges de l'ouverture dans l'expérience des réseaux parallèles de M. Crova. »

A l'occasion de cette Communication, M. Cornu ajoute :

« Comme confirmation de ces expériences, j'indiquerai le dispositif très simple que j'ai réalisé autrefois à propos d'études analogues (*Comptes rendus*, tome XCIII, p. 809) pour obtenir un *champ uniforme de franges rectilignes achromatiques*. Un réseau à traits largement espacés (un demi-millimètre) est placé sur le trajet d'un faisceau parallèle, émané d'un collimateur, et reçu dans une lunette; au foyer de celle-ci se forment les images réelles du spectre de diffraction. A l'aide d'un diagramme focal, percé de deux ouvertures, on intercepte toutes les images, sauf les deux spectres symétriques destinés à fournir les ondes interférentes; on réalise ainsi deux sources lumineuses réelles dont l'écartement est, pour chaque radiation, proportionnel à la longueur d'onde; c'est la condition nécessaire et suffisante pour obtenir un champ de franges achromatiques. Ces franges (particulièrement brillantes avec les deux spectres du premier ordre qu'on peut isoler avec netteté) sont observables au delà du foyer principal comme celles des *deux miroirs*.

» On pourrait objecter que le champ uniforme de franges achromatiques n'est que l'ombre des traits du réseau; on lève l'objection en employant les spectres symétriques de différents ordres; le phénomène reste le même, mais le nombre de franges achromatiques dans un intervalle donné croît,

(1) Ces deux nombres, obtenus par le premier procédé, indiquent le nombre de franges contenues dans les 5^{mm} du micromètre oculaire.

toutes choses égales d'ailleurs, comme le numéro d'ordre du spectre employé; ce nombre devrait rester constant si l'apparence observée avait l'origine supposée.

» Quelque décisive que soit cette démonstration, j'ai cherché à obtenir le même phénomène sans réseau; j'y suis parvenu avec des biprismes analogues à celui de Fresnel (appelé quelquefois à tort *biprisme de Pouillet*) formés en accouplant des lames prismatiques de flint et de crown, de manière à donner au prisme résultant une dispersion proportionnelle à la longueur d'onde. La difficulté de tailler exactement les lames et l'impossibilité d'obtenir avec rigueur la loi de proportionnalité, laissent au premier dispositif (sauf en ce qui concerne l'objection précitée) une supériorité incontestable. »

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur l'oxydation du sulfure de nickel.* Note de M. **Ph. de Clermont**, présentée par M. Troost.

« L'oxydation de sulfure de nickel à l'air, en présence d'une quantité d'eau plus ou moins grande, est un fait que tout chimiste a observé. Le mécanisme et les produits de cette oxydation ne sont pas exactement connus; il m'a semblé qu'en soumettant à l'analyse le corps qui prend naissance à la suite de cette altération on serait conduit à l'explication du phénomène.

» Lorsqu'on expose à l'action de l'air le sulfure de nickel noir récemment précipité, bien lavé à l'eau chaude et ne renfermant ni excès de sel de nickel soluble, ni excès de sulfhydrate, on remarque que celui qui est en couches peu épaisses et légèrement humide s'oxyde rapidement, tandis que celui qui est en grande masse résiste beaucoup plus longtemps à toute altération. Ces premières observations faites, j'ai été conduit à suivre deux sortes d'opérations. D'une part, j'ai analysé les produits de décomposition auxquels donne lieu le sulfure de nickel humide, étalé en couches minces sur un filtre en papier qui perd, petit à petit, son humidité et devient tout à fait sec. Dans ce cas, la couleur noire finit par disparaître en entier, quelquefois au bout de vingt-quatre à quarante-huit heures déjà, pour une masse de 2^{gr} à 3^{gr}, et l'on obtient une matière vert-pomme qui n'est pas homogène.

» Pour en établir la constitution, je détache du filtre la masse sèche qui est verte et je la soumets à l'ébullition avec l'eau un certain nombre de fois, jusqu'à ce qu'il ne se dissolve plus rien; le papier est soumis au même traitement. La matière insoluble est reprise par l'acide chlorhydrique

étendu qui fournit une solution verte, dans laquelle je dose l'oxyde de nickel et l'acide sulfurique; il reste toujours un résidu de soufre insoluble dans l'acide. L'analyse fait voir que la solution chlorhydrique renferme du sous-sulfate de nickel $NiSO^4 + 6NiO$, dont la constitution a été établie par M. Fremy et qu'ont décrit aussi Tupputi, Berzelius et Habermann. Ce sous-sulfate est toujours accompagné d'un peu d'acide carbonique qu'il emprunte à l'air. La liqueur aqueuse, convenablement rapprochée, devient de plus en plus verte; évaporée à siccité, elle fournit une masse non homogène qui, traitée par l'eau, donne du sulfate de nickel et quelques centièmes de sulfure de nickel. La proportion dans laquelle se trouvent ces composés dans le mélange n'est pas toujours la même; toutefois, il est un fait général que j'ai observé. Il y a principalement du sous-sulfate, moins de sel neutre, peu de soufre libre, très peu de sulfure de nickel et d'acide carbonique. Je n'ai jamais constaté la formation de produits volatils du soufre, pas plus que celle d'acide hyposulfureux, et, dans mes analyses, constamment aussi les quantités de nickel et de soufre trouvées sous les différents états se sont maintenues dans une proportion équimoléculaire, ainsi que l'exige la formule du sulfure.

» Dans le second mode opératoire, j'ai obtenu des résultats différents : si l'on abandonne le sulfure sous une couche de plusieurs centimètres d'eau à l'action de l'air, l'oxydation est plus lente, mais complète aussi. J'ai laissé la réaction se continuer pendant plusieurs mois et il m'est même arrivé de prolonger l'expérience au delà d'une année. En soumettant de la façon indiquée plus haut les produits à l'analyse, j'ai obtenu les résultats suivants : le corps insoluble diminue en proportion sensible, le liquide verdit de plus en plus et renferme une quantité de plus en plus grande de sulfate neutre, tenant un peu de sulfure en dissolution. Le sous-sulfate aussi se détruit à la longue, en cédant à l'eau du sel neutre, et ne renferme finalement que 3 à 5 pour 100 d'acide sulfurique au lieu de 15, 23 pour 100 qu'exige la théorie. De plus, il absorbe une plus grande quantité d'acide carbonique.

» L'oxyde de nickel retient avec persistance de l'acide sulfurique; je n'ai jamais pu l'en débarrasser complètement, quelle qu'ait été la durée de l'expérience. Je me suis assuré, du reste, par un essai direct, que de l'oxyde de nickel et de l'acide sulfurique, mélangés dans la proportion de 7 molécules du premier pour 1 du second, fournissent du sulfate neutre, mais que l'oxyde de nickel retient quelques centièmes d'acide sulfurique.

» J'ai cherché l'explication de la dissolution du sulfure de nickel par le sulfate neutre. En chauffant une dissolution de sel neutre avec du sulfure

de nickel, celui-ci ne s'est pas dissous; mais, en ajoutant de la fleur de soufre, j'ai pu constater la dissolution d'une quantité sensible de sulfure.

» Il résulte de mes expériences que l'oxygène de l'air ne peut oxyder le soufre en totalité et laisse une quantité minime de sulfure de nickel inattaqué, qui entre en combinaison assez stable avec le sulfate neutre. Il y a là des faits d'équilibre chimique que je suis occupé à étudier aussi pour d'autres métaux voisins du nickel. »

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur le phosphure cuivreux cristallisé.* Note de M. A. **Granger**, présentée par M. Troost.

« On sait depuis longtemps qu'un bâton de phosphore blanc, plongé dans une solution de sulfate de cuivre, se recouvre d'un enduit gris à l'aspect métallique. M. Sidot a constaté que ce produit, que l'on croyait être du phosphure de cuivre, était un mélange de phosphure de cuivre et de cuivre métallique.

» On peut arriver à préparer le phosphure cuivreux en faisant agir le phosphore sur un sel cuivrique et voici le procédé auquel je me suis arrêté.

» J'ai constaté que le phosphore rouge, au sein d'une solution ammoniacale de phosphite de cuivre, se recouvre d'une couche de phosphure de cuivre. La transformation n'est pas complète, même en élevant la température jusqu'à 100°; l'analyse montre, en effet, que le produit ainsi obtenu n'est autre que du phosphore rouge recouvert d'une pellicule de phosphure. En chauffant à 130°, en tubes scellés du phosphore rouge avec de l'eau et un grand excès de phosphite de cuivre, on trouve, après quatre heures de chauffe, une poudre grise cristalline qui constitue le phosphure cuivreux. On la lave rapidement avec de l'eau ammoniacale, puis de l'eau ordinaire et l'on sèche dans le vide. Si l'on n'a pas dépassé la température de 130°, le produit est exempt de cuivre métallique.

» Le phosphure cuivreux a pour formule Cu^2P^2 [1]. Ce corps, dont l'aspect rappelle la plombagine, est attaqué à froid par le chlore et le brome. L'acide azotique étendu le dissout facilement. Mélangé avec des oxydants tels que l'azotate ou le chlorate de potasse, il détone sous le choc. Chauffé au contact de l'air, il s'oxyde et se transforme en phosphate de cuivre. La chaleur le décompose et, au rouge, il donne les mêmes pro-

---

(1) L'analyse donne Cu : 67,16, 66,98. P : 31,80. La théorie indique Cu : 67,16. P : 32,83.

duits de décomposition que le phosphure cuivrique que j'ai signalé dans une Note précédente (*Comptes rendus*, t. CXIII, p. 1041).

» Le phosphure cuivreux est légèrement soluble dans l'acide chlorhydrique; sa solution donne avec la potasse un précipité d'oxydule de cuivre; sursaturée par l'ammoniaque et traitée par l'azotate d'argent ammoniacal, elle laisse déposer de l'argent métallique.

» Le phosphore rouge réagit sur d'autres phosphites métalliques; nous donnerons ultérieurement les résultats obtenus en étudiant cette réaction. »

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur le sous-gallate de bismuth* (*dermatol*). Note de M. **H. Causse**, présentée par M. Henri Moissan.

« Le sous-gallate de bismuth, plus connu sous le nom de *dermatol*, a été obtenu et décrit pour la première fois par M. B. Fischer [1].

» D'après cet auteur, il se présente sous la forme d'une poudre jaune, amorphe, à laquelle il attribue la formule

$$C^6H^2\begin{cases}OH\\OH\\OH\\CO^2Bi\begin{cases}OH\\OH\end{cases}\end{cases}$$

faisant ainsi du sous-gallate un sel correspondant au salicylate basique de bismuth.

» Nous avons préparé à plusieurs reprises du sous-gallate par le procédé de M. Fischer, et dans tous les cas le produit était amorphe, très difficile à purifier et partant à analyser.

» Aussi, avant d'établir la composition du dermatol, nous avons dû chercher un procédé donnant un produit cristallisé. Ce but, nous l'avons atteint en opérant comme il suit :

» On dissout 200^{gr} de sous-nitrate de bismuth dans l'acide nitrique, on ajoute 500^{cc} de solution saturée de nitrate de potasse, et l'on neutralise l'acide libre avec du sous-nitrate de bismuth; la solution neutre est additionnée de 100^{cc} d'acide acétique. D'autre part, on dissout à l'ébullition 125^{gr} d'acide gallique dans la plus petite quantité d'eau possible pour que le mélange des solutions de nitrate de bismuth et d'acide gallique ne donne lieu à aucun dépôt, et l'on introduit enfin rapidement quinze à vingt fois son volume d'eau. Tout d'abord aucun précipité ne se forme, mais, après quelques minutes, un trouble apparaît, suivi bientôt d'une abondante cristallisation. Le sel est lavé à l'eau froide, puis à l'eau bouillante jusqu'à purification complète et desséché à l'air.

---

[1] *Pharmaceutical Zeitung*; 1891.

» Le sous-gallate de bismuth est en petits cristaux de couleur jaune citron, insolubles dans l'eau, solubles dans les acides minéraux énergiques, très peu sensibles à l'action de l'air et de la lumière.

» Desséché à 100°, il perd environ 9 pour 100 d'eau, ce qui correspond à un hydrate à 2 molécules d'eau de cristallisation. A l'analyse, il donne les chiffres moyens suivants qui s'accordent avec ceux de la formule

$$C^7H^3O^5Bi.2H^2O.$$

	Trouvé.	Calculé pour la formule $C^7H^7O^7Bi$.
C..................	19,76	20,339
H..................	1,80	1,694
O..................	27,24	27,02
Bi..................	51,20	50,84

» *Constitution.* — Étant donnée la constitution de l'acide gallique, il était à supposer que, dans le sous-gallate, la fonction acide et une partie des fonctions phénoliques contribuent à la formation du sel. S'il en est ainsi, le pyrogallol, qui ne diffère de l'acide gallique que par les éléments de l'acide carbonique, doit donner une combinaison bismuthique. Le pyrogallate de bismuth $C^6H^3O^3Bi$ s'obtient très facilement en faisant agir une solution acétique d'oxyde de bismuth sur une solution également acétique de pyrogallol, ou bien en procédant comme je l'ai dit plus haut, mais en remplaçant l'acide gallique par l'acide pyrogallique.

» Dans l'un et l'autre cas, on obtient un précipité jaune de pyrogallate de bismuth composé de petits cristaux possédant les mêmes propriétés que le sous-gallate de bismuth, et sur lequel nous reviendrons plus tard. Lavé et desséché, il donne à l'analyse les chiffres moyens suivants :

	Trouvé.	Calculé pour la formule $C^6H^3O^3Bi$.
C..................	20,29	21,62
....	1,00	0,90
O..................	15,71	14,14
Bi..................	63,00	63,63

» En second lieu, si la combinaison des fonctions phénoliques entraîne la coloration jaune, comme il semble résulter de ce qui précède, l'acide triacétylgallique $C^6H^2\begin{cases}O-C^2H^3O\\O-C^2H^3O\\O-C^2H^3O\\CO^2H\end{cases}$, dont les fonctions phénoliques sont

éthérifiées, doit donner un sel blanc. En effet, l'acide triacétylgallique dissous dans l'acide acétique donne, avec une solution acétique d'oxyde de bismuth, un précipité blanc de triacétylgallate de bismuth

$$C^6H^2 \begin{cases} O-C^2H^3O \\ O-C^2H^3O \\ O-C^2H^3O \\ CO^2-Bi(O^2H^2). \end{cases}$$

» Le même sel s'obtient plus facilement à l'état anhydre en partant du sous-gallate de bismuth. On dissout ce dernier dans quatre ou cinq fois son poids d'anhydride acétique ; après refroidissement, il se sépare des cristaux incolores qui, lavés à l'éther sec, donnent à l'analyse les chiffres suivants :

	Trouvé.	Calculé pour la formule $C^7H^3(C^2H^3O^2)^3O^2BiO$.
C	29,15	29,88
H	2,60	2,36
O	29,25	27,70
Bi	39,00	40,21

» Enfin, comme dernière preuve de l'influence des fonctions phénoliques sur la constitution du sous-gallate de bismuth, nous ajouterons que nous avons préparé un gallate double de bismuth et de magnésium, en saturant l'acide gallique par le carbonate de magnésie et précipitant ensuite par une solution acétique de bismuth. On obtient un précipité jaune cristallisé beaucoup moins stable que le sous-gallate, verdissant à l'air et à la lumière ; à l'analyse il a donné :

	Trouvé.	Calculé pour la formule $C^7H^2MgBiO^5$.
Mg	2,75	3,19
Bi	55,10	55,85

» Des recherches précédentes, il résulte que le sous-gallate appelé *dermatol* est un sel éther. L'oxyde de bismuth s'y trouve combiné avec la fonction acide et les fonctions phénoliques de l'acide gallique, et c'est à cette circonstance qu'il doit sa coloration jaune citron; la seule formule possible est dès lors, en tenant compte de la constitution de l'oxyde de bismuth et de celle de l'acide gallique :

$$C^6H^2 \begin{cases} OH \\ O \\ O \\ CO^2 \end{cases} \!\!\! \Big\rangle Bi.2H^2O. \text{ »}$$

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur la condensation des alcools de la série grasse avec les carbures aromatiques.* Note de MM. A. Brochet et P. le Boulenger, présentée par M. Schützenberger.

« Si l'on considère la série des carbures aromatiques, on voit que le benzène, matière première très abondante formant la base d'un grand nombre d'industries, se produit dans la plupart des réactions pyrogénées; le toluène est encore assez commun; le xylène commercial, formé du mélange des trois isomères, ne se trouve déjà plus qu'en assez faible quantité; quant aux composés provenant des substitutions du groupe éthyle à l'hydrogène du noyau benzénique, ils ne se forment que rarement dans les pyrogénations et les quantités obtenues sont tellement faibles que leur séparation est à rejeter dans la pratique.

» Ayant eu besoin d'une certaine quantité d'éthylbenzène pur, il nous a fallu rechercher d'autres sources; les méthodes synthétiques généralement employées sont longues et coûteuses; nous avons pensé pouvoir l'obtenir plus avantageusement par le procédé ayant servi à l'un de nous à préparer un hexylbenzène, par l'action du carbure éthylénique sur le benzène en présence d'acide sulfurique (*Comptes rendus*, t. CXVII, p. 115). Malheureusement le procédé indiqué ne peut être employé de la même façon avec l'éthylène, à cause de la faible solubilité de ce gaz dans le benzène; en le faisant arriver dans un flacon contenant à la fois le carbure aromatique et l'acide, nous pensions que la combinaison aurait dû se faire à la surface de séparation; mais nous n'avons pu constater aucun échauffement et après plusieurs heures il n'y avait pas d'éthylbenzène formé. Les essais ont été aussi infructueux en faisant tomber soit l'acide sulfurique dans un mélange d'alcool et de benzène à l'ébullition, soit le benzène dans un appareil à éthylène fonctionnant régulièrement.

» Une tentative effectuée en tubes scellés a donné de meilleurs résultats; nous avons chauffé à 175°-200° 2 parties d'acide sulfurique concentré avec 1 partie d'alcool et une demi-partie de benzène cristallisable, le mélange sulféthylique ayant été fait d'avance et dans les conditions indiquées pour obtenir les meilleurs rendements en éthylène. Rien ne se produit avant 170°, mais, si l'on fait durer l'opération trois ou quatre heures en chauffant au-dessus de cette température, les matières en présence réagissent les unes sur les autres : il se forme de l'anhydride sulfureux et du charbon comme dans la préparation de l'éthylène. Le produit brut des tubes est distillé à la vapeur d'eau qui entraîne les hydrocarbures; on dé-

cante la partie supérieure que l'on sépare en trois parties par distillation : x-100, 100-150, 150-x. La portion x-100° est formée de benzène inaltéré; après plusieurs tours de fonctionnement, la seconde bout à 137°, point indiqué pour le monoéthylbenzène; enfin la dernière cristallise par refroidissement en longues aiguilles fusibles à 123°, lesquelles ont donné à l'analyse : C = 87,5, H = 12,4.

» Ces nombres correspondent à l'hexéthylbenzène

$$C^6(C^2H^5)^6 \qquad (C = 87,8,\ H = 12,2).$$

» Ces dérivés mono et hexa sont les seuls obtenus dans la réaction; on peut donc les avoir rapidement très purs en raison de l'écart de leurs propriétés physiques.

» Nous avons essayé cette réaction avec d'autres alcools; le propylique normal, chauffé dans les mêmes conditions, donne également les dérivés mono et hexa, très faciles également à séparer. Le dernier, excessivement soluble dans l'éther et le benzène, l'est moins dans l'alcool ordinaire; il cristallise de sa solution dans l'alcool bouillant en fines aiguilles atteignant plusieurs centimètres de long, fusibles à 118°; ce corps se sublime très facilement dans les environs de son point de fusion; il a donné à l'analyse

$$C = 87,1, \qquad H = 13,0.$$

» Théorie pour $C^6(C^3H^7)^6$:

$$C = 87,3, \qquad H = 12,7.$$

» L'alcool propylique donne également, à côté de ces deux produits, une série de liquides bouillant entre 210° et 240°, formés probablement de di et de tripropylbenzènes que nous n'avons pu encore séparer, en raison des faibles quantités obtenues.

» L'alcool isobutylique nous a donné un butylbenzène bouillant à 167°-168° et un dibutylbenzène à 230°-240°. La réaction paraît se faire à température plus basse que pour l'alcool ordinaire; il ne se forme pas de produit cristallisé.

» Quant au rendement, l'alcool propylique donne les meilleurs résultats : avec 100^{gr} de ce produit, on obtient 50^{gr} du mélange des hydrocarbures; l'éthylique et l'isobutylique en donnent moins, et le méthylique rien.

» L'opération ne peut, malheureusement, être faite en autoclave, l'appareil étant attaqué par l'acide sulfureux formé; dans un essai que nous avons fait en plaçant les liquides dans un vase en verre de Bohême, la pression à 200° était de 20^{atm}.

» Nous ne sommes pas entièrement fixés sur le mécanisme de la réaction ; dans le cas de l'hexène sur le benzène en présence d'acide sulfurique, il se forme de l'acide sulfhexylique, lequel réagit sur le carbure aromatique pour donner de l'hexylbenzène et de l'acide benzènesulfonique

$$SO^2\begin{matrix} \diagup OC^6H^{13} \\ \diagdown OH \end{matrix} + 2C^6H^6 = C^6H^5.SO^3H + C^6H^5.C^6H^{13} + H^2O,$$

équation que l'on ne peut mettre en doute, l'acide benzènesulfonique ayant été caractérisé par l'analyse de son sel de calcium ($Ca = 10,9$; théorie, $11,3$) et la formation du phénol par fusion avec les alcalis, ce sulfuresulfoné ne pouvant, d'ailleurs, provenir de l'action directe de l'acide sulfurique sur le benzène, la température ne dépassant pas 40° ou 50°.

» Les premiers termes de la série $C^nH^{2n+1}SO^4H$ ne réagissent pas à froid sur le benzène; on ne peut essayer leur action à chaud, ces produits n'étant pas connus suffisamment purs; les acides sulfonés de la série aromatique ne réagissent ni à froid, ni à chaud sur les alcools, ainsi que nous l'avons constaté en chauffant à 190° pendant plusieurs heures un mélange d'alcool et d'acide paratoluènesulfonique purifié par plusieurs cristallisations dans l'eau et essorages à la trompe.

» Si le sulfoné renferme une trace d'acide sulfurique, on perçoit nettement, à la fin de l'opération, l'odeur de l'oxyde d'éthyle; si la quantité d'acide est un peu plus considérable, il se forme de l'anhydride sulfureux et le carbure correspondant.

» Il est évident qu'en présence de l'excès d'acide sulfurique il se forme d'une part le sulfoné aromatique, d'autre part le sulfoconjugué de la série grasse

$$SO^2\begin{matrix} \diagup OH \\ \diagdown C^6H^5 \end{matrix} \qquad SO^2\begin{matrix} \diagup OH \\ \diagdown OC^2H^5 \end{matrix};$$

on peut donc admettre que ces produits réagissent l'un sur l'autre au moment où l'un d'eux se décompose; l'acide sulfovinique, par exemple, dans le cas de l'alcool ordinaire. La température de 175° nécessaire à la réaction semble vérifier cette manière de voir, cette température étant précisément celle de formation de l'éthylène.

» L'hypothèse d'une déshydratation simple entre le carbure et l'alcool, d'après l'équation

$$C^6H^6 + ROH = C^6H^5R + H^2O,$$

nous semble peu admissible dans le cas présent; mais la réaction sera plus facile à expliquer lorsque nous saurons exactement pour les alcools

propylique et isobutylique si les produits obtenus appartiennent à la série normale ou à la série iso; étude que nous poursuivons actuellement ([1]). »

PHYSIOLOGIE EXPÉRIMENTALE. — *Sur les effets de la destruction lente du pancréas.* Note de M. E. **Hédon**, présentée par M. A. Chauveau.

« Dans une précédente Note, j'ai indiqué que la destruction complète du pancréas chez le lapin au moyen d'une injection d'huile dans le canal de Wirsung, selon la méthode de Cl. Bernard, produit les symptômes du diabète et en particulier une très forte glycosurie. Cette glycosurie toutefois ne se montrait que si les animaux recevaient des aliments féculents dans leur alimentation et, par conséquent, était l'indice d'un trouble dans l'utilisation des hydrates de carbone par l'organisme. D'après ces faits, la destruction du pancréas du lapin ne provoque donc qu'un diabète à forme légère, une glycosurie alimentaire, bien différente du diabète grave qui résulte de l'extirpation totale du pancréas chez le chien.

» Nous avons répété un grand nombre de fois l'expérience avec le même résultat. Cependant quelques cas négatifs se sont produits; mais, dans ces expériences, le pancréas n'avait pas été entièrement détruit. La ligature simple du canal de Wirsung, pratiquée avant nous par Paulow, Arnozan et Vaillard, n'est pas suivie de glycosurie; or, à l'autopsie des animaux ainsi opérés, nous avons constamment retrouvé des restes de la glande. Par contre, l'injection de l'huile dans le canal excréteur (2^{cc} à 3^{cc}) provoque le plus souvent la disparition complète de la glande. L'examen microscopique ne peut laisser aucun doute sur ce point.

» L'analyse du sang des animaux, pris en pleine glycosurie, a décelé une très forte hyperglycémie.

» Pour compléter cette Note, il me reste à indiquer ce que deviennent les lapins privés de leur pancréas. Le diabète est transitoire. La glycosurie cesse pour ne plus reparaître, au bout d'un certain laps de temps, variable suivant les animaux. La polyurie disparaît avec la glycosurie. Les animaux ne présentent plus alors rien de particulier; ils engraissent, augmentent notablement de poids et se comportent en tout comme des animaux sains. A l'autopsie, on trouve cependant que le pancréas est complètement détruit.

([1]) Travail fait à l'École de Physique et Chimie, laboratoire d'Études et de Recherches.

» Un lapin du poids de 2390gr est opéré le 27 janvier 1893 de l'injection d'huile dans le canal de Wirsung et est nourri de choux et d'avoine pendant toute la durée de l'observation.

» Le 20 février, la glycosurie apparaît et se maintient à un taux très élevé, jusqu'à 9 pour 100. Elle dure jusqu'au 4 mai. Dans les derniers jours, le sucre manque par intervalles dans l'urine. Pendant cette longue période, la quantité de sucre excrété est de 340gr.

» Du 4 mai au 11 juillet, l'animal ne présente plus la moindre glycosurie. L'ingestion de 20gr de glycose dans l'estomac ne fait apparaître dans l'urine que des traces insignifiantes de sucre. L'animal est gras et bien portant. Pèse 2700gr.

» Le 11 juillet, on pratique la piqûre diabétique du plancher du quatrième ventricule. Au bout de quelques heures, la glycosurie atteint un chiffre assez élevé : 1,7 pour 100.

» A l'autopsie de l'animal, on ne retrouve plus le pancréas.

» On voit donc par cette expérience de longue durée : 1° que la survie est possible chez le lapin, malgré la destruction complète du pancréas; 2° que la glycosurie est transitoire et que, lorsqu'elle a cessé, on ne la voit plus reparaître, que, en un mot, les animaux guérissent de leur diabète; 3° que chez le lapin privé de pancréas et redevenu normal, la piqûre classique du bulbe fait apparaître la glycosurie.

» Il s'est produit, dans le cours de nos expériences, certains autres faits qui montrent le peu de gravité de la glycosurie provoquée par la destruction du pancréas. Si, lorsque la glycosurie avait atteint sa pleine intensité, on supprimait les féculents de l'alimentation, la glycosurie cessait; mais, si immédiatement après on donnait de nouveau de l'avoine à l'animal, la glycosurie ne reparaissait pas toujours. Pour d'autres animaux, la glycosurie était très instable, et l'on observait sa disparition et sa réapparition spontanées en analysant les différentes portions d'urine émises dans le courant des vingt-quatre heures.

» D'après ces expériences, il semble que le pancréas du lapin n'ait pas l'importance fonctionnelle du pancréas de certains autres animaux, du chien par exemple. Mais, cette proposition n'étant basée que sur la comparaison des effets produits par la destruction lente du pancréas, d'une part, et par l'ablation chirurgicale de cette glande d'autre part, c'est-à-dire sur les résultats de deux méthodes absolument dissemblables, il pourrait rester encore des doutes sur sa justesse. En effet, Schiff aurait pu détruire complètement (?) le pancréas du chien par une injection de paraffine fondue dans le canal de Wirsung, et il n'en serait résulté aucun phénomène morbide (résultats négatifs contraires aux expériences de Cl. Bernard, en ce qui concerne, du moins, les troubles digestifs). La déduction logique de

ce fait serait que la destruction lente du pancréas n'a pas les mêmes effets que sa suppression brusque par l'ablation chirurgicale. Pour nous qui n'avons pas encore obtenu cette destruction rigoureusement totale du pancréas chez le chien par la méthode de Schiff et qui savons, d'autre part, que l'ablation incomplète du pancréas n'est pas suivie de glycosurie, nous réservons notre opinion et nous ne saurions affirmer que les phénomènes que nous avons observés chez le lapin puissent être généralisés pour d'autres espèces. »

PHYSIOLOGIE EXPÉRIMENTALE. — *De l'interférence des excitations dans le nerf.* Note de M. **N. Wedensky**, présentée par M. Chauveau.

« On a soulevé plusieurs fois, en Physiologie, la question de l'interférence des excitations, surtout dans le but d'expliquer les phénomènes d'inhibition; mais on n'a émis, généralement, à ce sujet que des réflexions théoriques n'ayant pas de base dans les données expérimentales directes, tant qu'il s'agissait des appareils physiologiques complexes; et lorsqu'on tentait des recherches sur un appareil quelconque simple, par exemple sur le nerf, les expérimentateurs se heurtaient aux actions électrotoniques des courants irritants ou ne trouvaient point du tout les phénomènes en question. On peut facilement s'en convaincre en comparant les deux articles de M. Gruenhagen dans les *Archives de Pflüger* (t. 34 et 36).

» Les raisonnements récents de M. Kaiser sur l'interférence (*Zeitsch. für Biologie*, p. 417; 1892), raisonnements bien étranges et dont je me réserve de faire autre part l'analyse, m'ont engagé à tenter des recherches directes sur le nerf. Le téléphone présente un excellent appareil pour de pareilles études. En effet, tous les physiologistes auxquels j'ai eu l'occasion (notamment pendant le dernier Congrès, à Liège, en 1892) de faire la démonstration téléphonique des courants d'action du nerf ont pu se convaincre que cet appareil physique exprime bien sensiblement ces oscillations électriques nerveuses. Aussi les services d'un indicateur pareil sont surtout précieux quand le nerf est soumis à l'action de deux irritations simultanées.

» Une circonstance pourrait mettre obstacle aux expériences proposées : le téléphone accuse une grande sensibilité aux actions unipolaires du courant induit, sensibilité qui apparaît surtout quand on applique au nerf des courants de deux appareils d'induction; j'ai déjà signalé ce fait dans mes expériences publiées en 1884. Maintenant j'ai écarté cet obstacle, en isolant bien les deux appareils d'induction l'un de

l'autre et en rapprochant autant que possible (jusqu'à $1^{mm},5$) l'un de l'autre les deux fils de platine dont est formée chaque paire de mes deux électrodes excitantes. En même temps l'écartement des deux paires (A et B) l'une de l'autre, ainsi que l'écartement de celles-ci des électrodes (T), qui dévient les ondes d'excitation au téléphone, n'ont pas été moindres que 12^{mm}-15^{mm}.

» Les indications du téléphone étant indépendantes du courant de repos du nerf, il était possible de disposer les électrodes de deux façons : la première disposition assigne aux électrodes A et B une moitié du nerf, soit la supérieure, tandis qu'elle réserve aux électrodes T une autre partie, soit l'inférieure ; la seconde disposition rapporte les électrodes A et B aux extrémités opposées du nerf, tandis que les électrodes T relient le téléphone avec le milieu du nerf. Dans la première disposition les ondes d'excitation arrivent au téléphone après qu'elles ont subi complètement leur action réciproque les unes sur les autres et, outre cela, après que les ondes nées en A ont encore éprouvé une altération sous l'influence des courants qui excitent la partie B. Dans la seconde disposition cette dernière altération est réservée pour les ondes d'excitation et le téléphone les saisit à la place même de leur rencontre.

» Ma préparation consistait toujours en quatre nerfs de grenouille formant un paquet dans lequel les nerfs se collaient avec les bouts homonymes dans la première disposition, avec les bouts hétérogènes dans la seconde. Je n'ai employé jusqu'à présent que les courants induits tétanisants, ayant des raisons de croire que le fait même de l'interférence peut être constaté plus facilement en employant cette irritation que des chocs électriques isolés. On commençait toujours l'expérience en déterminant le seuil d'irritation pour A aussi bien que pour B. Ensuite on étudiait comment le son téléphonique se modifie, quand on augmente l'intensité de l'un ou de l'autre irritant employé et quelles modifications éprouve le son provoqué par un irritant quand on y ajoute l'autre et *vice versa*. Le nerf étant infatigable accorde, pour de pareilles comparaisons, tout le loisir désiré et tous les avantages de la stabilité des phénomènes. Vers la fin de l'expérience on tuait le nerf avec l'ammoniaque ; les courants d'action disparaissent tout de suite, en abandonnant le champ libre à des manifestations physiques de l'irritant. Or, ces dernières ne s'accusent, sur le nerf tué, que si les courants appliqués ont une intensité très exagérée.

» Les phénomènes physiologiques observés sont très variables selon l'intensité et la fréquence de deux irritations combinées. Mais voici qui est caractéristique pour les expériences de ce genre. *Aussitôt que les deux irritants commencent à agir sur le nerf simultanément, les sons nerveux correspondant à tous les deux faiblissent d'une façon tout à fait prononcée et en même temps des bruits différents, très variables, d'après les conditions expérimentales, et toujours faibles se manifestent au téléphone.* Si l'on entend encore, à côté de ces derniers, les sons primitifs affaiblis, ceux-ci accusent toujours des variations rythmiques en leur intensité (battements). On observe tout cela, sous une forme bien expressive, par exemple, dans les conditions suivantes : Soit la disposition première ; en B agissent 100 irritations par seconde et en A agissent 500 irritations par seconde. Le son nerveux produit par cette grande fréquence est toujours faible quelle que soit l'intensité des courants ; au contraire le son produit par 100 irritations d'une intensité modérée est déjà assez fort. C'est pourquoi, si tout en écoutant le son B on y ajoute instantanément le son A, on est surpris

par l'affaiblissement du son, les bruits résultant de cette combinaison n'étant jamais bien expressifs. Quand on tue le nerf avec l'ammoniaque et qu'on lui applique des courants extrêmement forts, on ne perçoit rien de pareil dans les manifestations physiques. J'ai démontré ce fait à des physiciens de l'Université de Saint-Pétersbourg.

» Il est toujours possible de supposer l'origine électrotonique des phénomènes en question. Contre cette supposition, parlent non seulement les conditions des expériences, mais aussi le caractère général des phénomènes mêmes. Enfin, la direction des courants irritants, ainsi que l'égalité ou l'inégalité des chocs d'ouverture et de fermeture n'exercent aucune influence sur les phénomènes observés.

» L'interprétation des phénomènes étant bien délicate, j'ai installé aussi des expériences parallèles avec le galvanomètre, en étudiant la variation négative du nerf. Les indications de cet instrument sont tout à fait contraires aux indications du téléphone. La combinaison des deux irritations produit toujours une variation négative *renforcée, jamais affaiblie,* résultat qui a été déjà constaté avant moi.

» Pour nous, cette confrontation des deux indicateurs est des plus instructives : elle montre que les ondes d'excitation provenant de la combinaison de deux irritations tétaniques prennent un rythme bien irrégulier en devenant en même temps nombreuses. Le téléphone (et notre oreille) ne saisissant des oscillations pareilles que d'une manière très imparfaite, le galvanomètre additionne des chocs irréguliers de son mieux. En effet, une semblable divergence en l'aptitude du téléphone et du galvanomètre à exprimer les processus électriques du nerf actif peut être aussi reproduite à l'aide d'une seule irritation conformément variée ; de plus, elle se réalise de soi-même pendant les expériences très prolongées quand le nerf, sur le point de mourir, ne produit plus dans le téléphone que des bruits à peine perceptibles, au lieu du son musical net, tandis que le même nerf retient encore, pour un temps, le pouvoir d'agir bien sur le galvanomètre.

» Quant au muscle, il fallait s'attendre que cet indicateur réagît de façon double, c'est-à-dire tantôt en renforçant son activité, tantôt en l'affaiblissant à la suite de l'addition d'une irritation à l'autre. Dans mes recherches précédentes, une formule générale a été donnée pour des cas pareils (*Archiv. de Physiol.*, p. 694, 1891; p. 55, 1892). En effet, la fréquence, de même que l'intensité des courants induits à succession rapide, ne peut être augmentée avantageusement pour la contractilité du muscle que jusqu'à une certaine limite (*optimum*); celle-ci dépassée, la contraction diminue et s'approche de zéro, quand la fréquence et l'intensité deviennent bien grandes (*pessimum*). Or, en faisant agir simultanément, avec une irritation, encore une autre, on pourrait rapprocher l'effet musculaire de celui de l'*optimum* ou, au contraire, de celui du *pessimum*. Autant que les données téléphoniques et galvanométriques nous instruisent sur la nature de l'excitation combinée, elles permettent de faire des conjectures déterminées pour les manifestations musculaires. Ce qui a été vérifié réellement par mes nouvelles recherches myographiques

» En résumé, les trois indicateurs du nerf fonctionnant, le téléphone, le galvanomètre et le muscle, tout en parlant chacun son langage, concordent au fond en leurs témoignages, à savoir que la rencontre des ondes d'excitation dans le nerf s'accompagne de leurs actions des unes sur les

autres, d'où ressortissent des excitations ayant un rythme et une intensité tout à fait nouveaux. Il n'y a jamais une extinction complète d'une série d'ondes sous l'action d'une autre série et l'effet général est loin d'être bien exprimé par le mot *interférence*. Tout le caractère des phénomènes en question, aussi bien que quelques phénomènes semblables (*Arch. de Physiol.*, p. 260; 1891) nous font penser avant tout à des facteurs d'ordre physiologique : à la phase réfractaire et à des actions électrotoniques des ondes d'excitation les unes sur les autres, puisque les courants d'action doivent posséder toutes les propriétés des courants réels. »

ANATOMIE COMPARÉE. — *Comparaison entre le membre antérieur et le membre postérieur de quelques Urodèles.* Note de M. **A. Perrin**, présentée par M. Edm. Perrier.

« Après l'étude myologique des membres postérieurs des Urodèles, que j'ai publiée au mois de janvier 1893, il m'a paru bon de faire un travail analogue sur les membres antérieurs, de façon à pouvoir comparer les membres chez des animaux où les différences doivent être aussi faibles que possible. Au point de vue myologique, de nouvelles recherches étaient nécessaires. Si les muscles de l'épaule et du bras ont été décrits avec soin chez un assez grand nombre d'Urodèles et par beaucoup d'auteurs, il n'en est pas de même pour les muscles de l'avant-bras et de la main, excepté cependant chez le *Cryptobranchus* où Humphry en a fait une étude assez détaillée, bien qu'incomplète sur plusieurs points.

» Mes recherches ont porté sur la *Salamandra maculosa*, le *Siredon pisciformis*, l'*Amblystoma mexicanum* et le *Triton cristatus*; ces dissections m'ont conduit aux résultats suivants :

» Sauf de légères différences, la musculature du membre antérieur est identique dans ces quatre Urodèles; j'avais trouvé un résultat analogue pour le membre postérieur.

» La musculature de l'épaule et du bras diffère beaucoup de celle du bassin et de la cuisse. Au membre antérieur, les muscles qui naissent de l'épaule se fixent à l'humérus, il n'y a qu'une exception : l'extenseur de l'avant-bras a deux têtes scapulaires, mais la plus grande partie de ses fibres a une origine humérale. Au membre postérieur, un grand nombre de muscles vont du bassin à la jambe, et même l'extenseur de la jambe n'a pas de tête fémorale. La musculature de l'avant-bras et de la main, au

contraire, ne diffère de celle de la jambe et du pied que par la présence ou l'absence d'un très petit nombre de muscles.

» Cette similitude de musculature permet de résoudre une question très discutée : au pied des Urodèles à extrémités bien développées il y a cinq orteils ; à la main il y a quatre doigts ; quel est celui qui a disparu ?

» Pour Wiedersheim le premier doigt de la main est un pouce homologue du premier orteil, mais pour Dugès, Rudinger, Humphry et Hoffmann le premier doigt est un index homologue au deuxième orteil, ils admettent donc que le pouce a disparu, sans que j'aie pu trouver chez eux pourquoi ils adoptaient cette manière de voir.

» Les trois premiers doigts de la main, ayant les mêmes muscles que les trois premiers orteils, sont leurs homologues. D'après sa musculature, le quatrième doigt de la main correspondrait aux quatrième et cinquième orteils ; le rayon musculaire primitif, et par suite le rayon osseux le plus externe, ne se serait pas dichotomisé à la main.

» Malgré les travaux de M. Sabatier, la théorie de la torsion humérale de Martins est encore généralement admise en France et à l'étranger : rien dans la musculature des Urodèles ne permet de constater un commencement de torsion de l'humérus. Si l'on place les deux membres parallèlement, de façon que leur plan de symétrie soit normal au corps de l'animal, les articulations du coude et du genou étant externes et formant un angle droit, on voit que le fémur et l'humérus ont chacun leur extrémité distale terminée par deux condyles qui, dans cette position, sont l'un antérieur et l'autre postérieur. Au membre postérieur le tibia s'articule avec le condyle antérieur et le fibula avec le condyle postérieur ; le plan des deux os de la jambe est donc perpendiculaire au plan de symétrie du fémur. Au membre antérieur, la tête du cubitus est dans l'espace intercondylien ; le radius s'articule avec le condyle antérieur, ici très développé, mais il est reporté du côté du corps, de sorte que le plan des os de l'avant-bras fait un angle d'à peu près 30° avec le plan de symétrie de l'humérus. Le plan des os de l'avant-bras, et celui des os de la jambe ont donc tourné l'un par rapport à l'autre de plus de 60°, c'est ce qui explique pourquoi le fléchisseur de la jambe s'insère au tibia, tandis que le fléchisseur de l'avant-bras qui lui est homologue se fixe à la face externe du cubitus.

» Au membre antérieur il y a un certain nombre d'extenseurs de l'avant-bras et de la main qui s'insèrent supérieurement au bord latéral du condyle antérieur (*condylus extensorius* de Rudinger) ; au membre postérieur les muscles homologues naissent du bord supérieur des deux condyles. Au

membre antérieur, les fléchisseurs antagonistes s'insèrent au bord latéral du condyle postérieur (*condylus flexorius* de Rudinger), tandis qu'au membre postérieur les muscles homologues (dont la plupart font d'ailleurs défaut) naissent du bord inférieur de l'extrémité du fémur. Les plans des muscles ont donc subi un déplacement semblable à celui du plan des os. »

ZOOLOGIE. — *Un entomophage parasite de Vers à soie européens.* Note de MM. E.-L. Bouvier et G. Delacroix, présentée par M. A. Milne-Edwards.

« La mission italienne envoyée à l'intérieur du Japon pour y étudier le Ver à soie nous a fait connaître, en 1869, un insecte entomophage qui cause de grands dégâts dans les magnaneries de cette contrée. Les larves de l'insecte, appelées *oudji* par les Japonais, vivent en très petit nombre à l'intérieur du Ver à soie, dont elles dévorent le tissu adipeux sans s'attaquer d'abord aux organes essentiels; mais, quand le Ver affaibli a filé un mince cocon, elles détruisent ces derniers ou ceux de la chrysalide, et perforent l'enveloppe soyeuse pour aller se transformer en pupe dans le sol. Ce parasite est un Diptère auquel on a donné le nom d'*Udschymia sericaria;* il a été étudié par un savant japonais, M. N. Sasaki, et par divers naturalistes italiens. Plus récemment, M. Wood-Mason a signalé un Tachina entomophage chez les Vers à soie domestiques ou à demi-sauvages des Indes anglaises; cet insecte ressemble beaucoup à celui du Japon, mais il n'aurait pas tout à fait les mêmes habitudes et se transformerait en mouche avant d'abandonner le cocon.

» Les Vers à soie européens ont été jusqu'ici épargnés par ces Diptères parasites, mais les observations que nous venons de faire et que nous poursuivons prouvent qu'on aurait tort d'espérer toujours une parfaite sécurité. Nous avons observé, en effet, un entomophage parasite sur des Vers à soie que nous élevions au laboratoire de M. Prillieux, à l'Institut agronomique, et la mortalité s'est trouvée si grande qu'elle a pu frapper 70 pour 100 du nombre des cocons. Nos observations, qui avaient d'abord un tout autre but, ont été faites sur des Vers à soie dont les graines provenaient de Robiac, dans le département du Gard; vers la fin d'avril, ces œufs furent mis en culture dans la petite serre du laboratoire, et l'on donna régulièrement aux jeunes Vers des feuilles de mûrier. Au moment de la troisième mue, beaucoup devinrent flasques et périrent, frappés

peut-être par le parasite; mais notre attention étant attirée ailleurs, nous ne prîmes pas la précaution d'ouvrir les Vers pour y rechercher les larves entomophages. Les autres Vers ne présentaient rien d'anormal et bientôt préludèrent au travail de la nymphose; plusieurs filèrent des cocons parfaits, mais la plupart ne donnèrent que des cocons minces et un peu difformes; on observait d'ailleurs tous les passages entre ces derniers et les cocons normaux.

» Quand les cocons minces furent achevés, nous en ouvrîmes quelques-uns et nous trouvâmes à l'intérieur du Ver non chrysalidé un petit nombre de larves tout à fait semblables au vulgaire asticot; ce fait nous ayant frappé, nous mîmes tous les cocons en réserve, afin de suivre l'évolution du parasite, et voici les faits que nous avons observés. Les asticots dévorent à peu près complètement le Ver à soie et se transforment en pupe au voisinage de ses débris; on trouve généralement une ou deux de ces pupes dans les cocons, mais il y en a parfois aussi trois ou quatre, et leur nombre peut même s'élever jusqu'à sept; il est très rare d'observer une pupe à côté d'une chrysalide, et nous expliquons cette anomalie en admettant que la larve parasite attaque l'un des deux Vers d'un double cocon. Les pupes se développent assez vite et sont maintenant en pleine éclosion; les mouches qui en sortent restent enfermées à l'intérieur du cocon; elles s'agitent en tous sens dans leur prison, s'arrêtent parfois en certains points, comme pour se frayer un chemin dans la paroi trop épaisse, et finalement meurent au bout d'un jour ou deux. Si l'on met les pupes en liberté, elles donnent naissance à des mouches qui vivent bien plus longtemps.

» D'après la détermination de M. Ch. Brongniart ([1]), l'insecte parasite paraît être le *Doria meditabunda* Meigert, diptère très voisin des Tachina. Nous ne croyons pas que cette espèce ait été beaucoup étudiée jusqu'ici; dans tous les cas, nous n'avons trouvé aucune Note relative à son parasitisme dans le Ver à soie. Le *Doria meditabunda* est probablement l'entomophage normal de certaines chenilles sauvages, et c'est par accident qu'il a dû contaminer nos Vers à soie. Dans la serre où ceux-ci étaient renfermés se trouvent en effet d'assez nombreuses chenilles, notamment celles de l'*Acronycta Psi* L., qui renferment presque toutes à leur intérieur des larves entomophages; nous étudions actuellement ces chenilles, et si

---

([1]) Nous sommes heureux de remercier M. Brongniart de son obligeance, et aussi M. Duclaux, bibliothécaire de l'Institut agronomique, qui nous a obligeamment procuré des œufs de Vers à soie.

leur parasite est bien, comme nous le présumons, le même que celui de nos Vers, on pourra conclure presque sûrement que la *Doria meditabunda* est un parasite normal des chenilles d'*Acronycta Psi* et un parasite accidentel du Ver à soie domestique. Mais ce parasitisme accidentel doit donner à réfléchir, car il nous montre, dans les entomophages, ces auxiliaires normaux du cultivateur, des ennemis possibles dont il sera bien difficile de se garder parce qu'ils sont vraisemblablement incapables de choisir l'hôte où s'effectue leur développement. Si le *Doria meditabunda* s'acclimatait dans le Midi, il pourrait devenir pour les éleveurs un fléau d'autant plus redoutable qu'on serait désarmé dans la lutte contre les individus parasites des chenilles sauvages; tout semble prouver d'ailleurs que la larve peut tuer le Ver à soie avant qu'il ait filé son cocon, auquel cas la mouche ne périrait point captive dans ce dernier et, comme celle des chenilles, pondrait librement des œufs pour assurer la continuité de l'espèce ([1]). »

ANATOMIE ANIMALE. — *Nouvelles recherches sur les Coccidies.* Note de M. **P. Thélohan** ([2]), présentée par M. de Lacaze-Duthiers.

« Pendant la période d'accroissement, le protoplasma des Coccidies peut être le siège de différenciations assez complexes et encore peu étudiées. La présente Note a pour but d'exposer quelques observations que j'ai pu faire à ce sujet; ces observations ont porté surtout sur des espèces du genre *Coccidium* et, en particulier, sur deux espèces nouvelles dont je donnerai en terminant une description succincte.

» *Protoplasma des Coccidies.* — On connaît depuis longtemps l'aspect particulier que présentent ces organismes pendant les phases qui précèdent la sporulation, aspect dû à la présence dans le protoplasma de gros granules réfringents. Ces formations n'existent pas dans les individus tout à fait jeunes : elles se montrent cependant d'assez bonne heure et ne disparaissent qu'au moment de la formation des Sporozoïtes ([3]); elles sont sans action sur la lumière polarisée.

([1]) Laboratoire de Pathologie végétale, à l'Institut agronomique.

([2]) Travail du laboratoire de M. le professeur Balbiani, au Collège de France.

([3]) Thélohan, *Sur deux Coccidies nouvelles parasites de l'Épinoche et de la Sardine* (*Annales de Micrographie*, t. II; 1890).

» Si l'on étudie ces granules chez des Coccidies comprises dans des coupes des organes infestés, on constate que leur aspect varie suivant le mode de fixation employé. Après l'action des liquides de Perenyi ou de Flemming, on les retrouve très bien conservés et n'ayant presque rien perdu de leur réfringence. Dans ces conditions, surtout après le liquide de Flemming, ils manifestent une certaine affinité pour les couleurs d'aniline (safranine, rubine, violet de gentiane). En poussant assez loin la décoloration, on arrive à n'avoir plus qu'un petit point coloré au centre de chaque granule (*fig.* 1) : *Coccidium cristalloïdes*, *C. variabile*, *Coccidium* du foie de l'Anchois; dans le *C. gasterostei*, je n'ai pu obtenir qu'une coloration diffuse. Le carmin, l'hématoxyline ne les colorent jamais.

» Après fixation par le sublimé, on constate que ces éléments sont beaucoup moins nets qu'après l'action des réactifs précédents : dans la plupart des individus ils sont devenus peu distincts, et parfois il est impossible de les retrouver : en revanche, on distingue mieux le protoplasma finement granuleux dans lequel ils sont plongés.

» Quant à leur nature, je crois qu'il faut les considérer comme représentant des matières de réserve différenciées au sein du protoplasma : leur absence dans les individus très jeunes, leur disparition au moment de la formation des corps falciformes sont des faits qui me semblent justifier pleinement cette interprétation.

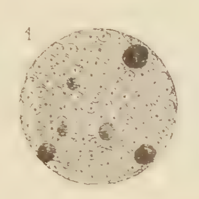
» Dans un travail récent, Mingazzini (1) les a désignés sous le nom d'*Endoplasme* (chez la *Cretya neapolitana*, Ming.). Cette dénomination, outre qu'elle est déjà employée dans un sens tout différent à propos d'autres Protozoaires, a le tort de laisser supposer qu'il s'agit d'une partie du corps plasmique des Coccidies, alors qu'en réalité, on se trouve, je crois, en présence de corps de réserve comparables jusqu'à un certain point comme rôle et comme origine, sinon comme constitution, aux grains d'aleurone des cellules végétales.

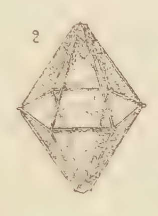
» Outre ces éléments, pour lesquels je propose la désignation de *granules plastiques*, et qui sont absolument constants, on trouve chez certaines espèces des globules beaucoup plus gros, et de nature et d'aspect différents. Ceux-ci, presque invisibles à l'état frais, sont remarquables par l'intensité avec laquelle ils fixent le carmin et les couleurs d'aniline; l'hématoxyline est sans action sur eux. Absolument constants dans le *C. cristal-*

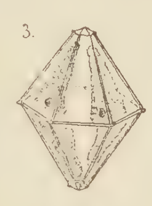
(1) Mingazzini, *Contributo alla conoscenza degli Sporozoi* (*Ricerche del Laboratorio d'Anatomia normale di Roma*, vol. III, fasc. 1; 1893).

loïdes, où j'en ai observé de trois à dix (*fig.* 1; l'individu figuré en contenait six), ils manquent dans le *C. variabile* et dans le *Coccidium* du foie de l'Anchois et ne se montrent qu'accidentellement chez le *C. gasterostei.* Ils sont, je crois, identiques à ceux signalés par Schneider (1) dans l'*Eimeria Nepoe* et, par moi-même, dans les Sporozoïtes de la Coccidie de l'Épinoche.

» Espèces nouvelles (2). 1° *Coccidium cristalloïdes,* nov. sp. — Cette Coccidie est très commune à Roscoff dans l'intestin et les cœcums pyloriques de la *Motella tricirrata* où elle se trouve dans le tissu conjonctif sous-muqueux, surtout au niveau de l'axe des villosités. Le kyste, sphérique, mesure 20^{μ} à 24^{μ} de diamètre; son enveloppe est très mince. Le protoplasma, outre les granules plastiques, renferme de gros globules colorables (*fig.* 1). Les quatre spores sont disposées sans ordre dans le kyste : elles







affectent une forme géométrique très-remarquable (*fig.* 2); l'enveloppe est en effet formée de deux pyramides hexagonales accolées par leurs bases et dont le sommet un peu tronqué est surmonté d'une petite pyramide à angle sommet plus ouvert. Cette forme, jointe à leur réfringence, rappelle tout à fait certains cristaux et chaque spore peut être définie comme un dodécaèdre régulier d'hexaèdre à sommets affectés d'un pointement direct à six facettes; il faut seulement remarquer que toutes les arêtes sont ici marquées par une sorte de petit bourrelet saillant. Ces spores renferment chacune deux corps falciformes nucléés (*fig.* 3).

» 2° *Coccidium variabile,* nov. sp. — Vit dans les cellules épithéliales du tube digestif de *Cottus bubalis, Crenilabrus melops, Lepadogaster Gouanii,* etc. Le kyste sphérique mesure environ 15^{μ} de diamètre; l'enveloppe est très mince; protoplasma contenant des granules plastiques; pas de gros globules colorables. Quatre spores disposées sans ordre, ovoïdes, mesurant 9^{μ} à 11^{μ} sur 4^{μ} à 5^{μ}. A la petite extrémité se trouvent deux petits tubercules réfringents limitant un espace clair dû probablement à un amincissement de l'enveloppe à ce niveau : elles renferment deux corps falciformes nucléés. »

---

(1) Schneider, *Coccidies nouvelles ou peu connues* (*Tablettes zoologiques,* t. II, p. 6).

(2) J'ai rencontré ces parasites chez différents poissons pendant mon séjour au laboratoire de Roscoff en 1892. Je suis heureux de trouver ici l'occasion d'exprimer à M. le professeur de Lacaze-Duthiers mes respectueux remerciements pour la bienveillante hospitalité qu'il avait bien voulu m'accorder.

ANATOMIE ANIMALE. — *Sur quelques faits qui permettent de rapprocher le système nerveux central des Lamellibranches de celui des Gastéropodes.* Note de M. **Auguste d'Hardiviller**, présentée par M. de Lacaze-Duthiers.

« Les caractères classiques qui différencient le système nerveux central d'un Gastéropode de celui d'un Acéphale sont : l'existence d'un connectif pleuro-pédieux et d'un stomato-gastrique chez le premier; l'absence de connectif pleuro-pédieux et de stomato-gastrique chez le second. Ces caractères, qui établissent une ligne de démarcation entre les systèmes nerveux centraux de ces deux classes de Mollusques ne sont pas généraux.

» Chez le *Spondylus Lazardii*, Lamellibranche que M. L. Boutan a rapporté de son voyage dans la mer Rouge et qu'il a eu la bienveillance de me confier, il existe une relation entre le centre viscéral et le centre pédieux.

» Sur ce Spondyle, je retrouve facilement les trois centres nerveux caractéristiques formés de deux ganglions cérébroïdes distincts, de deux ganglions pédieux accolés et de deux ganglions viscéraux formant une masse nerveuse unique. Ces ganglions occupent leur position normale, et le centre cérébroïde est réuni au centre pédieux et au centre viscéral par deux colliers normaux; mais, de la masse nerveuse viscérale, partent un certain nombre de nerfs qui ont un intérêt spécial.

» Il sort en arrière, et de chaque côté, un nerf qui rejoint le bord libre et frangé du manteau, suit ce bord du manteau et aboutit au ganglion cérébroïde; c'est le nerf circumpalléal des Lamellibranches dont les deux lobes du manteau sont largement séparés et munis d'organes sensoriels.

» De la partie latérale sortent trois filets nerveux qui traversent les lobes du manteau et aboutissent au nerf circumpalléal.

» A la partie antérieure et latérale émerge le nerf branchial. Ce nerf présente à sa naissance un renflement ganglionnaire qui est l'organe olfactif des Lamellibranches, signalé pour la première fois par Spengel.

» En avant, et de chaque côté, on trouve un ganglion accolé à cette masse nerveuse viscérale. De ce ganglion sortent deux filets nerveux distincts. Le plus externe de ces filets est le connectif cérébro-viscéral.

» Quant au filet interne, il marche parallèlement au connectif cérébro-viscéral, sans se confondre avec lui, traverse comme ce dernier l'organe

de Bojanus, et, vers le milieu de cet organe, un peu en avant de l'orifice rénal, il cesse de suivre son congénère, se redresse brusquement vers la partie ventrale et aboutit finalement au ganglion pédieux.

» Ce dernier filet nerveux, étant dans tout son parcours distinct du connectif cérébro-viscéral, il en résulte que l'on a de chaque côté du corps deux nerfs partant d'un ganglion accolé au centre viscéral, et allant, l'un au centre cérébroïde, l'autre au centre pédieux.

» Le ganglion adjacent au centre viscéral n'est autre que le ganglion pleural des Gastéropodes et le filet nerveux qui réunit ainsi, et sans intermédiaire, le ganglion pleural au centre pédieux est un véritable connectif; je puis donc lui donner le nom de connectif *pleuro-pédieux de l'acéphale*.

» Le ganglion pleural et le connectif pleuro-pédieux ne sont donc plus caractéristiques des Gastéropodes seulement, puisque je les retrouve chez les Acéphales. Quand ils paraissent ne pas exister chez ces derniers, c'est qu'ils se sont fusionnés avec d'autres parties du système nerveux : le ganglion pleural a remonté le long de la commissure viscérale, est venu se fusionner avec le ganglion cérébroïde; le connectif pleuro-pédieux a subi un déplacement analogue, de sorte qu'on ne trouve plus, chez la majorité des Acéphales, qu'un ganglion cérébro-pleural et un connectif cérébro-pleuro-pédieux. S'il en est ainsi, on doit trouver des Acéphales où le ganglion pleural est situé sur le trajet du connectif cérébro-viscéral. Les exemples connus sont peu nombreux, mais cela tient peut-être à la disposition de certains genres. Cependant, il existe encore actuellement deux genres (*Nucula* et *Solenomya*), signalés par M. Pelseneer, où les ganglions pleuraux sont situés, d'après lui, sur le connectif cérébro-viscéral, tout près des ganglions cérébroïdes.

» Le ganglion pleural et le connectif pleuro-pédieux des Acéphales ne sont pas les seuls faits qui établissent un rapprochement entre le système nerveux central des Lamellibranches et celui des Gastéropodes. En outre, il existe chez les Acéphales un système nerveux spécial, ayant même fonction que le système nerveux stomato-gastrique des Gastéropodes.

» Dans le genre Mactra, les ganglions cérébroïdes sont distincts; ils occupent leur position normale et émettent un certain nombre de nerfs :

» En avant, le nerf palléal antérieur et le nerf du muscle adducteur antérieur. Sur le côté, le nerf labial et le connectif cérébro-viscéral. En arrière, le connectif cérébro-pédieux.

» Enfin, un filet nerveux spécial naît du ganglion cérébroïde droit et se dirige vers la bouche. Ce filet nerveux atteint le pharynx, continue son chemin au-dessus de la masse dorsale du foie, et, au sortir de ce dernier organe, il s'accole à la paroi dorsale de l'intestin et poursuit son chemin jusqu'au ventricule du cœur, qu'il innerve. En passant au-dessus du foie, ce nerf donne un filet nerveux qui se divise en deux branches innervant la partie antérieure du tube digestif.

» Ce filet intestino-cardiaque représente-t-il le système nerveux stomato-gastrique des Gastéropodes ? Physiologiquement il remplit bien ce rôle. Pour qu'anatomiquement il soit équivalent au stomato-gastrique des Gastéropodes, il suffit que les deux ganglions sous-œsophagiens disparaissent et les connectifs allant de ces ganglions aux ganglions cérébroïdes se fusionnent en un seul. Cette hypothèse ne peut être érigée en loi, car, chez la plupart des Lamellibranches, pour innerver le tube digestif, je trouve de chaque côté des nerfs naissant de la commissure cérébro-viscérale. Le cas du genre Mactra est donc une exception et, dans la majorité des cas, les connectifs allant du centre cérébroïde au centre stomato-gastrique, au lieu de s'unir de façon à donner un nerf unique, se sont fusionnés chacun avec le connectif cérébro-viscéral.

» Que la fusion s'opère de cette dernière façon ou suivant la première, il n'en est pas moins vrai qu'il y a chez les Acéphales un système nerveux stomato-gastrique simplifié.

» En résumé, il n'existe pas de différence entre le système nerveux central des Gastéropodes et celui des Lamellibranches : le système nerveux stomato-gastrique, le ganglion pleural et le connectif pleuro-pédieux, qui étaient considérés comme caractéristiques des Gastéropodes, existent aussi bien chez les Acéphales que chez les Gastéropodes. »

BOTANIQUE CRYPTOGAMIQUE. — *Sur le Rhizoctone de la Luzerne.* Note de M. A. **Prunet**, présentée par M. Duchartre.

« En 1813, A. de Candolle eut l'occasion d'observer, dans les environs de Montpellier, sur des racines de Luzerne (*Medicago sativa* L.) en voie de dépérissement, le mycélium d'un Champignon parasite, auquel il donna le nom de Rhizoctone de la Luzerne (*Rhizoctonia medicaginis* DC.). Depuis cette époque, et surtout dans ces dernières années, la maladie de la Luzerne causée par ce parasite s'est répandue en France et, en particu-

lier, dans le midi et le sud-ouest, au point de devenir un redoutable fléau. L'extension croissante du Rhizoctone pourrait avoir des conséquences spécialement graves pour nos départements méridionaux, où la Luzerne, grâce à ses racines profondes qui lui permettent de résister à la sécheresse, représente une plante fourragère qu'il serait difficile de remplacer.

» En juin ou juillet, on voit çà et là dans les luzernières quelques pieds se dessécher, puis les pieds voisins se fanent et se dessèchent à leur tour; les taches qui résultent de la disparition de ces plantes s'agrandissent chaque année, en même temps que de nouvelles se forment; en deux ou trois ans, de vastes luzernières peuvent ainsi être complètement détruites. Les racines des plantes malades ou mortes sont habituellement recouvertes d'une sorte de feutrage ou d'enduit de couleur lie de vin.

» On ne trouve dans les auteurs que des renseignements incomplets ou même inexacts sur l'appareil végétatif du Rhizoctone de la Luzerne. Le mycélium vit en partie dans l'intérieur de la racine, en partie à sa surface; le mycélium interne absorbe les matières nécessaires à la nutrition du parasite; le mycélium externe sert à sa propagation. Le mycélium interne est formé de filaments cloisonnés, ramifiés, isolés ou réunis en cordons plus ou moins volumineux qui s'insinuent entre les cellules ou plus rarement les traversent en s'appliquant contre leurs parois; il envahit graduellement l'écorce, puis le cylindre central, et, en particulier, le liber et les rayons médullaires. Si l'on examine une racine morte depuis quelque temps déjà, on peut constater que l'écorce est détachée du cylindre central, réduit lui-même à ses faisceaux ligneux facilement isolables, par suite de la disparition des rayons médullaires. Des dépôts brunâtres ou violacés apparaissent souvent dans les tissus attaqués. Le mycélium externe est aussi formé de filaments cloisonnés et ramifiés, mais de couleur lie de vin et d'un diamètre trois ou quatre fois plus grand; ces filaments isolés ou réunis en cordons de diamètre variable produisent, en s'entrecroisant et s'enchevêtrant, une sorte de manchon lie de vin qui, dans les cas habituels, fournit la meilleure caractéristique de la maladie. Au mycélium externe se rattachent des formations intéressantes. Ce sont d'abord des sclérotes appartenant à deux types distincts. Les premiers sont de petits corps noirâtres, appliqués contre la racine, dont le diamètre varie entre $0^{mm},2$ et $1^{mm},2$, et qui sont formés d'une partie corticale brune et d'une partie médullaire incolore. Les seconds sont des corps bruns, de forme irrégulière, arrondis ou allongés, dont les dimensions varient de 1^{mm} à plusieurs centimètres, et qui présentent une région corticale brune et une région médullaire lie de vin foncé. Ce sont ensuite des pelotons mycéliens plus ou moins lâches, rappelant par leur forme et leurs dimensions les sclérotes du deuxième type, dont ils représentent comme des ébauches. Les sclérotes et les pelotons mycéliens émettent des filaments ou des cordons mycéliens qui les unissent entre eux, ou qui s'étendent dans le sol autour de la racine en s'y ramifiant; si l'un de ces cordons rencontre une racine saine de Luzerne, le parasite l'envahit aussitôt. On conçoit dès lors comment, le Rhizoctone passant ainsi d'un pied de Luzerne aux voisins et de ceux-ci à d'autres plus éloignés, la maladie peut s'étendre graduellement sur des espaces considérables.

» Divers auteurs et, en particulier, Fuckel ([1]) ont attribué au Rhizoctone de la Luzerne des corps reproducteurs variés sans avoir jamais fourni la preuve de leurs assertions. Des expériences d'inoculation faites avec toutes les précautions nécessaires m'ont permis de constater que ce Champignon présente une forme ascosporée qui doit être identifiée au *Byssothecium circinans* Fuckel, au *Trematosphæria circinans* Wtr., au *Leptosphæria circinans* Sacc. Les asques se développent dans des périthèces de forme arrondie, de $0^{mm},3$ à $0^{mm},7$ de diamètre, s'ouvrant au sommet par un pore; elles sont accompagnées de paraphyses incolores et renferment chacune huit spores brunes ou lie de vin, ovales-allongées, mesurant 25^{μ}-32^{μ} de longueur sur 10^{μ}-12^{μ} de largeur et divisées par trois cloisons transversales en quatre cellules dont deux moyennes plus grandes et plus foncées et deux terminales plus petites et plus claires. Par suite de la gélification des parois des asques et des paraphyses, les spores se trouvent à leur maturité englobées dans une sorte de mucilage. J'ai trouvé des périthèces en tout temps, au moins sur quelques pieds malades ou morts; ils sont, cependant, plus abondants pendant l'arrière-saison. On peut les rencontrer sur la racine ou la tige ou sur les chicots qui émergent au-dessus du sol et qui représentent les bases des rameaux feuillés. Comme par une sorte de balancement, le développement des périthèces est jusqu'à un certain point en raison inverse de celui du mycélium de propagation. Les périthèces sont rares lorsque le mycélium de propagation est abondant, nombreux lorsqu'il est peu développé ou absent. Le mycélium de propagation abonde surtout dans les sols frais et compacts, les périthèces dans les sols meubles et secs. La gangue mucilagineuse qui englobe les ascospores, même après leur sortie du périthèce, ne leur permet pas, sauf cas exceptionnels, d'être emportées à de grandes distances; entraînées par les eaux de pluie sur les corps voisins, elles contribuent simplement dans les circonstances ordinaires, concurremment avec le mycélium de propagation, à l'extension des foyers déjà existants. Mais les chicots à périthèces brisés par la faux ou le scarificateur ou tout autrement peuvent ensuite être transportés par le rateau ou de toute autre façon en des parties encore indemnes et y servir de point de départ à la formation de nouveaux foyers.

» Il serait illusoire de chercher une substance capable de tuer le parasite tout en respectant son hôte; le mycélium de propagation résiste mieux, en effet, aux solutions anticryptogamiques que les racines ou du moins que les radicelles; d'ailleurs on ne saurait atteindre le mycélium

([1]) Fuckel, *Botan. Zeitung*, XIX, p. 251, et *Symbolæ mycologicæ*, p. 142.

interne sans tuer immédiatement la racine. L'expérience m'a prouvé que la maladie peut être arrêtée par l'application du traitement suivant. De juin à août, alors que les organes de propagation et de reproduction sont encore peu abondants, défricher profondément les foyers ainsi qu'une bande de $1^m,50$ à 2^m de large autour de chacun d'eux; emporter soigneusement les débris de plantes hors du champ et les brûler; enclore le défrichement d'un fossé de $0^m,60$ de profondeur; recouvrir les revers inclinés et le fond du fossé d'une couche assez épaisse de soufre; remplir de nouveau le fossé de terre que l'on tasse sur les bords; répandre à la surface du défrichement une couche assez épaisse de chaux. Les organes de multiplication du Rhizoctone pouvant rester vivants dans le sol pendant au moins trois ans, il faut évidemment éviter de semer de nouveau de la Luzerne sur l'emplacement des anciens foyers. »

GÉOLOGIE. — *Sur l'origine glaciaire des brèches des bassins houillers de la France centrale*. Note de M. A. JULIEN, présentée par M. de Lacaze-Duthiers.

« Les études que je poursuis dans les bassins houillers du centre, depuis 1888, m'ont permis de reconnaître avec certitude l'origine glaciaire des brèches que l'on y observe, soit à la base, soit intercalées dans leur épaisseur. Cependant cette origine a été méconnue jusqu'à ce jour, bien que des théories diverses aient été émises pour expliquer leur mode de formation. E. de Beaumont, dès 1841, et Fournet, vers 1854, leur attribuaient une origine torrentielle. Grüner, en 1847, signale, le premier, la forme exclusivement anguleuse de tous les blocs qui les composent et, en conséquence, il les envisage « comme le résultat d'un grand éboulement, le pro- » duit du bouleversement brusque qui a entr'ouvert un bassin ou un lac » au sein des terrains primitifs ». M. Grand'Eury, qui découvre à son tour les intercalations à divers niveaux de ces brèches aux environs de la Fouillouse, « croît ces brèches, plus analogues aux roches de débâcle, ou » aux alluvions des torrents des Alpes, causées par de fréquents ébranle- » ments du sol ». Enfin, M. Fayol, qui considère la brèche de la Fouillouse comme un bel exemple d'éboulis, cherche au contraire à expliquer par une débâcle torrentielle la brèche de Sainte-Aline, à Commentry.

» Ces brèches sont incontestablement d'origine glaciaire. Elles présentent tous les caractères des formations erratiques à l'exclusion de tous

autres. La démonstration définitive de cette origine est d'un intérêt si capital à tous les points de vue que j'ai dù y apporter la plus sévère attention et me livrer à un examen approfondi ([1]).

» Le bassin de Saint-Étienne est, à coup sûr, celui où les études de cette nature sont les plus faciles, grâce à la puissance de ces brèches, à leur abord aisé, et parfois à la profondeur des tranchées des routes qui les sillonnent et permettent d'en observer l'intérieur. Il en est ainsi des brèches de la Fouillouse, du pont de la Magdeleine à Rive-de-Gier, de Dargoire, mais surtout de celle du mont Crépon, qui en est entièrement formé sur une épaisseur de 250^m. Le mont Crépon nous offre une colline morainique de l'époque houillère, tout à fait comparable à la montagne pliocène de Perrier dans le bassin d'Issoire, dont j'ai reconnu, dès 1868, l'origine glaciaire, aujourd'hui vérifiée par tous les géologues. Ces deux collines sont les magnifiques témoins, dans la France centrale, de manifestations glaciaires antérieures à celle de l'époque quaternaire, seule connue il y a peu d'années encore. J'ai la conviction que tout géologue familiarisé avec les dépôts glaciaires, et qui fera l'excursion si facile du mont Crépon, par la belle route de Saint-Chamond à Valfleury, sera en mesure de certifier la réalité de la découverte que j'ai l'honneur de soumettre à l'Académie.

» Il est impossible d'expliquer autrement que par un glacier en mouvement, l'accumulation morainique de ces blocs, leur position relative, leur forme constamment anguleuse, sans mélange du moindre caillou roulé; leur volume parfois énorme atteignant 12^{mc} à 15^{mc}, l'absence de triage, leur mode de tassement. Les stries seules sont excessivement rares, et cela est facile à expliquer par la nature des blocs. Cependant, nous avons constaté des surfaces frottées et striées sur des blocs de porphyre à Cellieu, de schiste amphibolique à Dargoire, et de micaschiste à la Fouillouse. Outre ces caractères intrinsèques et exclusifs des moraines, trois ordres de faits, qui ne peuvent s'expliquer autrement, viennent confirmer le résultat de nos études.

» Ce sont : 1° La trainée de blocs Cellieu-Saint-Martin en Coailleux; 2° les tiges debout, découvertes par M. Grand'Eury près de la Fouillouse; 3° les alternances de brèches, poudingues et grès de Valfleury et de la

([1]) J'ai commencé ces études seul, dès le mois d'août 1888; puis, après une longue interruption, j'ai eu le plaisir de les reprendre pendant les vacances de 1891 et de 1892, en compagnie de mon élève, M. Jean Giraud, attaché en qualité de préparateur à ma chaire.

Fouillouse. Relativement au premier ordre de faits, nous avons constaté que l'amas morainique de Saint-Martin en Coailleux, improprement dénommé *brèche granitique*, sur la Carte d'étude du bassin houiller de la Loire, de M. Grand'Eury, a exactement la composition lithologique de la brèche de Cellieu. Il est formé de volumineux blocs fragmentaires de granite à grands cristaux d'orthose de $0^m,1$ de long, de porphyre quartzifère gris à gros dihexaèdres de quartz et de blocs ou de tables anguleuses de granulite, de quartz filonien, de gneiss ou de micaschistes variés. On constate aussi la même proportion relative de ces roches. L'identité absolue des deux amas démontre qu'on a affaire à une réelle traînée glaciaire. Il en est de même des calamites de la Fouillouse aux racines fixées dans le grès et dont les tiges brisées pénètrent dans la brèche, phénomène observable seulement dans les régions occupées par des glaciers. De même aussi des alternances si curieuses de Valfleury, à la base nord du mont Crépon et de la Fouillouse, dont les détails des assises ne peuvent s'expliquer que par les alternatives d'avancement et de recul d'un glacier.

» Nous sommes arrivés aux mêmes conclusions pour les brèches de Commentry, si nettement glaciaires sur les talus de la route des Chavais et de la Torche, ce qui nous force à rejeter l'hypothèse bien connue des deltas fluvio-lacustres; pour les brèches du ravin du Cluzeau de la Garde, dans le bassin de Meaulne; pour celles d'Épinac qui forment le bourrelet compris entre Ladrée et Ressile, en face du puits Hottinguer; pour celles enfin de Brassac et de Langeac.

» Je me propose d'indiquer prochainement les conséquences si variées et si importantes qui découlent de la découverte de l'origine vraie des brèches houillères de la France centrale. »

GÉOLOGIE COMPARÉE. — *Sur deux météorites turques récemment parvenues au Muséum d'Histoire naturelle*. Note de M. **Stanislas Meunier**.

« J'ai reçu récemment, par l'intermédiaire de M. Le Mesle, deux échantillons de météorites offerts à la collection du Muséum, par M. Halid Edhem Bey, au nom de son père, feu Edhem Pacha. Les pierres dont il s'agit n'ont pas encore été, à ma connaissance, l'objet d'une publication.

» La première est tombée auprès de Tirnowa, en Roumélie, à une époque non indiquée; elle fut recueillie en 1873. L'échantillon que j'ai sous les yeux est enveloppé, sur une partie de sa surface, d'une croûte noire

et mate, de moins d'un millimètre d'épaisseur. La cassure montre une roche d'un gris clair, remarquable avant tout par sa structure clastique ou fragmentaire. Sa densité est égale à 3,690. La comparaison avec les spécimens déjà étudiés conduit à y reconnaître le type lithologique désigné depuis 1870 dans la collection du Muséum sous le nom de *mesminite*. On y distingue facilement deux roches, mélangées sous la forme de fragments : ces deux roches manifestent respectivement les caractères des deux types dits *lucéite* et *limerickite* et dont chacun est représenté par de nombreuses météorites distinctes ([1]).

» On sait déjà que les météorites clastiques ou bréchiformes contiennent, dans leur structure hétérogène, l'une des preuves les plus nettes des anciennes relations stratigraphiques mutuelles des divers types de roches météoriques.

» La seconde météorite est tombée le 2 juin 1883 dans une forêt auprès du village d'Urba, arrondissement de Belgrade Djik. Elle est uniformément blanche et reproduit tous les traits de la *lucéite*, roche qui, comme on vient de le dire, intervient comme élément constituant dans la météorite de Tirnowa et qui compose à elle seule plus de soixante météorites tombées en tous pays, de 1768 jusqu'à aujourd'hui.

» La pierre d'Urba présente une densité égale à 3,427 ; elle est très finement grenue et le microscope y révèle une structure presque entièrement cristalline. Cependant quelques portions vitreuses se voient çà et là entre les éléments figurés. Les silicates, en partie attaquables aux acides et essentiellement magnésiens, sont associés à des grenailles extrêmement ramifiées de fer nickelé et de pyrrhotine. »

ÉCONOMIE RURALE. — *Les sables du désert de la Basse-Égypte*. Note de M. A. **Andouard**, présentée par M. P.-P. Dehérain.

« Les sables de la partie du désert de la Basse-Égypte comprise entre le canal Ismaïlia et le lac Menzaleh sont progressivement envahis par la cul-

([1]) Il est intéressant de retrouver des traits de composition et de structure aussi compliqués dans des masses tombées en des régions très diverses : la nouvelle météorite de Tirnowa est, à tous égards, identique avec celles de Mooza-Khoorna (Indes) 23 mai 1865, de Saint-Mesmin (Aube) 30 mars 1866, de Cangas de Onis (Espagne) 6 décembre 1866, de Bandong (Java) 10 décembre 1871, de Tysne (Norwège) 20 mai 1884, etc.

ture, depuis que les dérivations greffées sur le canal ont rendu possibles les irrigations.

» J'ai étudié récemment ceux qui avoisinent El Salieh, village situé au nord du désert, à une distance du Caire d'environ 106^{km}, à vol d'oiseau. Ils reposent sur une couche d'argile imperméable. Ils sont jaunes, ténus, assez homogènes et presque complètement dessalés. Voici leur composition chimique moyenne, déduite des analyses de sept échantillons, prélevés en divers points d'un domaine de 420 hectares.

Analyse physique.

Argile	1,849
Sable	98,151
Total	100,000

Analyse chimique.

Eau à 105°	0,384
Matières organiques	0,507
Azote total	0,040
Acide phosphorique	0,010
» sulfurique	0,007
» carbonique	0,390
Chlore	0,046
Potasse	0,080
Soude	0,098
Chaux	0,319
Magnésie	0,138
Protoxyde de fer	0,912
Alumine	0,600
Sable, etc.	96,469
Total	100,000

» Pour féconder un sol aussi pauvre, les indigènes ont recours, d'une part à l'enfouissement de quelques fourrages verts (trèfles, arachide, fenugrec, fève, etc.), en second lieu, à des apports d'une terre noire provenant de la destruction de villages tombés en ruine depuis plusieurs siècles, et dont il existe un amas considérable aux environs d'El Salieh. Cette terre noire est un mélange formé par les déjections des hommes et des animaux, associés aux débris des habitations qui, à cette époque aussi bien qu'aujourd'hui, étaient construites exclusivement avec le limon du Nil, du bois

et des pailles diverses. La composition chimique d'un tel produit est nécessairement variable dans des limites fort étendues. Les analyses qui suivent indiquent les écarts qu'elle présente et la valeur fertilisante des divers types qu'on y rencontre.

Analyse physique.

	I.	II.	III.	IV.
Argile	12,250	10,970	9,210	11,750
Sable	87,750	89,030	90,790	88,250
Total	100,000	100,000	100,000	100,000

Analyse chimique.

	I.	II.	III.	IV.
Eau à 105°	7,400	5,270	3,980	3,746
Matières organiques	25,815	4,850	5,654	5,127
Azote organique et ammoniacal	1,200	0,150	0,142	0,120
Acide phosphorique	5,824	0,410	0,568	0,543
» sulfurique	1,698	1,035	1,123	0,918
» carbonique	2,417	0,386	0,376	0,285
Chlore	0,957	1,347	1,329	1,250
Potasse	1,760	1,620	1,559	1,603
Chaux	6,160	1,224	0,930	1,187
Magnésie	0,108	0,192	0,461	0,702
Protoxyde de fer	4,710	2,896	2,604	2,175
Alumine	5,090	4,543	5,225	5,810
Silice, etc	36,801	76,077	76,049	76,534
Total	100,000	100,000	100,000	100,000

» La terre n° 1 est assez richement pourvue de principes fertilisants pour améliorer d'une manière sensible les sables auxquels on la mélange. Tout en ayant une valeur moindre, les autres fournissent un contingent d'azote, de potasse et d'acide phosphorique encore très appréciable, si l'on en répand un certain nombre de mètres cubes par hectare. C'est, pour le désert, une véritable source de fécondité. »

M. X. **Gosselin**, à propos des recherches récentes de M. Moissan sur la dissociation du pyrophosphate de magnésium sous l'influence de l'arc voltaïque, informe l'Académie qu'il avait lui-même étudié la décomposition des phosphates naturels, et principalement du phosphate tribasique de

calcium contenu dans les os, en vue d'en retirer industriellement le phosphore par l'électricité. Il avait obtenu des phénomènes analogues à ceux qui ont été décrits par M. Moissan [1].

A 4 heures, l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 4 heures et demie. G. D.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus dans la séance du 24 juillet 1893.

Bulletin des Sciences mathématiques, rédigé par MM. Gaston Darboux et Jules Tannery. Deuxième série. Tome XVII, avril 1893. Paris, Gauthier-Villars et fils, 1893; 1 fasc. in-8°.

Soudan français. Kahel. Carnet de voyage, par Olivier de Sanderval, ingénieur, ancien élève de l'École centrale des Arts et Manufactures. Paris, Félix Alcan, 1893; 1 vol. gr. in-8°. (Présenté par M. Faye.)

Lettres inédites de Ramond, strasbourgeois, Membre de l'Institut, surnommé le *Peintre des Pyrénées,* publiées et annotées par Ph. Tamizey de Larroque, Correspondant de l'Institut. Toulouse, Ed. Privat, 1893; 1 vol. in-8°. (Présenté par M. de Lacaze-Duthiers.)

Rapport général présenté à M. le Ministre de l'Intérieur par l'Académie de Médecine sur les vaccinations et revaccinations pratiquées en France et dans les colonies françaises pendant l'année 1891. Melun, 1893; 1 vol. in-8°.

Démonstration du postulat d'Euclide, par B. Sarrieu. Montauban, 1893; 1 fasc. in-8°.

Annales du Musée d'Histoire naturelle de Marseille. Zoologie. Tome IV.

---

[1] Le résultat de ces recherches a été consigné dans une demande de brevet d'invention, déposée à Paris le 3 juin dernier.

Travaux scientifiques. Mémoire n° 3 : *Ichthyologie marseillaise. Famille des Labroïdes,* par Paul Gourret. Marseille, J. Cayer, 1893; 1 vol. gr. in-4°.

Bureau central météorologique de France. Rapport de la Conférence météorologique internationale. Réunion de Munich, 1891. Paris, Gauthier-Villars et fils, 1893; 1 vol. in-8°.

La Grèce économique et financière en 1893. *Réponse à M.* E.-F.-G. Law, *délégué du Gouvernement anglais,* par Dem. Georgiadès. Paris, Guillaumin et Cie, 1893; 1 vol. in-8°.

Memorie della Societa degli Spettroscopisti italiani, raccolte e pubblicate per cura del prof. Tacchini. Roma, G. Bertero, 1893; 1 fasc. in-4°.

Atti della R. Accademia dei Lincei. Anno CCXC. 1893. Rendiconto dell' adunanza solenne del 4 giugno 1893, onorata della presenza di S. M. il Re. Roma, 1893; 1 vol. in-4°.

Smithsonian Institution. Proceedings of the United States national Museum. Volume XIV, 1891. Washington, 1892; 1 vol. in-8°.

Annual Report of the Board of regents of the Smithsonian Institution, showing the operations expenditures, and condition of the Institution for the year ending june 30, 1890. *Report of the U. S. national Museum.* Washington, 1891; 1 vol. in-8°.

Carte géologique de la Russie d'Europe, éditée par le Comité géologique; 1892.

ERRATA.

(Séance du 3 juillet 1893.)

Note de M. *Clerc*, Sur un hydrocinémomètre enregistreur :

Page 29, ligne 5 en remontant, *au lieu de* $r, r-2b, \ldots, b$, *lisez* $r, r-b, r-2b, \ldots, b$.

Même page, dernière ligne, *au lieu de* $e = r - bh\frac{\omega^2}{2g}$, *lisez* $\rho = r - bk\frac{\omega^2}{2g}$.